МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Департамент по образованию администрации Волгограда

Центральное территориальное управление департамента по образованию администрации Волгограда

Муниципальное общеобразовательное учреждение «Лицей № 5 имени Ю.А.Гагарина Центрального района Волгограда»

РАССМОТРЕНА	СОГЛАСОВАНА	УТВЕРЖДЕНА
зав. кафедры учителей математики	заместитель директора по УВР	директор МОУ "Лицей № 5 имени Ю.А.Гагарина"
_____М.К. Соболева	_____Н.М. Ляшова	_____Л.А. Тропкина
протокол №1 от «26» августа 2026 г.	протокол НМС №1 от «27» августа 2026 г.	приказ № 245 от «31» августа 2026 г.

Тропкина Лариса Александровна

Подписано цифровой подписью: Тропкина Лариса Александровна

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

учебного курса «Наглядная геометрия»

для обучающихся 5-6 классов

Волгоград 2026-2027 учебный год

◇ ПРЕДИСЛОВИЕ

УМК «Математика. Наглядная геометрия. 5—6 классы» включает:

- учебник авторов И. Ф. Шарыгина, Л. Н. Ерганжиевой в печатной и электронной форме;
- методическое пособие авторов Л. Н. Ерганжиевой, О. В. Муравиной, в которое включена рабочая программа.

Учебник основан на авторской наглядно-эмпирической концепции построения школьного курса геометрии. При ее создании авторы ставили перед собой следующие основные цели:

- систематизация имеющихся геометрических представлений и формирование основ геометрических знаний, необходимых в дальнейшем при изучении систематического курса в 7—9 классах;
- формирование изобразительно-графических умений и приемов конструктивной деятельности;
- развитие образного и логического мышления;
- формирование пространственных представлений, познавательного интереса, интеллектуальных и творческих способностей учащихся.

В соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования в основе учебника лежит системно-деятельностный подход, который обеспечивает:

- формирование готовности к саморазвитию и непрерывному образованию;
- овладение универсальными учебными действиями;
- активную учебно-познавательную деятельность обучающихся;
- построение образовательного процесса с учетом индивидуальных возрастных, психологических и физиологических особенностей обучающихся.

Фундаментом, на котором построен учебник, является основное положение педагогической психологии, в соответствии с которым мышление понимается как

деятельность, причем познавательная деятельность учащихся, которая в процессе обучения требует управления со стороны учителя. Специфические геометрические методы, основанные на наглядности геометрических образов, доступны учащимся с различной математической подготовкой. Систематизация и обобщение имеющихся у учащихся геометрических представлений, приобретение новых знаний осуществляется в ходе самостоятельной исследовательской деятельности учащихся, и потому основой наглядной геометрии является система познавательных задач и практических заданий, направленная на овладение учащимися геометрических методов, приобретение ими опыта геометрической деятельности.

Работа с учебником способствует овладению основными универсальными учебными действиями: умению пользоваться чертежными и измерительными инструментами, делать рисунки к задачам. Предлагаемые практические задания и задачи разнообразны и интересны, во многих случаях для их решения требуются не только и не столько геометрические знания, сколько умение фантазировать, наблюдать, конструировать и делать выводы.

Образность и наглядность теоретического и задачного материала, преобладание задач на развитие геометрической зоркости, пространственных представлений, интуиции и воображения учащихся — еще одна важная составляющая учебника. При этом в учебнике реализовано на первый взгляд невыполнимое требование — практически любая задача под силу каждому ученику, если считать решение задачи многоуровневым в соответствии с ведущим на данный момент способом мышления ученика.

Содержание учебника соответствует примерной программе по математике и адаптированной образовательной программе «Математика. Наглядная геометрия. 5—6 классы», размещенной в настоящем методическом пособии.

Одной из особенностей учебника является одновременное изучение элементов планиметрии и стереомет-

рии. Такое построение курса, при котором плоскость и пространство, плоские фигуры и объемные тела не разделяются временными рамками их изучения, а соседствуют и органически переплетаются, создавая единую геометрическую картину, получило название фузионистского. Так, в учебнике плоские фигуры рассматриваются как элементы пространственных тел: от рассмотрения куба и его свойств ученики идут к изучению квадрата, пирамида и треугольник изучаются в одном параграфе, перпендикулярность и параллельность прямых и отрезков также вводятся и на плоскости, и в пространстве. Фузионизм изложения позволяет показать преимущества пространства по сравнению с плоскостью, не противопоставляя их, а также позволяет сохранить и развить пространственную интуицию.

Фузионистский подход, расширяя область применения геометрии, позволяет больше разнообразить рассматриваемые вопросы, связывая их с жизнью, а также использовать занимательные, нешаблонные задачи. Связь геометрии с жизнью делает возможным усиление эстетического компонента математического образования, причем эти возможности выходят далеко за рамки собственно математических предметов. Геометрические факты иллюстрируются примерами из архитектуры, изобразительного искусства, промышленного дизайна, природы. Кроме эстетического воспитания школьников, это несет в себе глубокий философский смысл, показывая связь математических идей и фактов с реальной жизнью. Использование цитат из художественных произведений и высказываний великих людей, способствуя пониманию материала, помогает превращению обучения в эмоционально переживаемый процесс.

Широкий спектр вопросов, затрагиваемых в учебнике, их занимательность, способствуют развитию познавательных способностей, интереса к изучению геометрии, нестандартного мышления учащихся и их общекультурного развития.

В процессе изучения геометрии ученики классифицируют геометрические фигуры, учатся устанавливать причинно-следственные связи и строить логические умозаключения при решении задач на вычисление и построение.

Таким образом, учебник нацелен на достижение личностных, метапредметных и предметных результатов освоения обучающимися основной образовательной программы по разделу «Наглядная геометрия».

Учебник имеет четкую структуру. Каждый параграф начинается с краткого вступления. В теоретическом и задачном материале выделено с помощью специальных знаков важное положение, которое надо запомнить, а также содержание практической работы, которое заканчивается вопросом, стимулирующим проведение самооценки и самоконтроля ее выполнения. Этому же способствует раздел учебника «Подсказки, ответы, решения», содержащий образцы для сравнения результатов, полученных обучающимися при выполнении заданий.

В объяснительный материал учебника включены исторические сведения, фрагменты литературных произведений, иллюстрации живописи.

Чтобы поддержать, углубить и расширить естественный интерес обучающихся к геометрии, авторы учебника выстроили изложение материала на основе разработанной ими системы упражнений, с которыми школьники сталкиваются как в учебной деятельности, так и в повседневной жизни. Включено большое число практических задач — это определение форм реальных предметов, нахождение непересекающихся дорожек от трех домов до ворот, использование отражения от лужи при изучении зеркального отражения и др.

Формы организации учебной деятельности обучающихся

Ученик выбирает индивидуальную образовательную траекторию, которая включает задания различных видов: информационные, практические, контрольные.

Формы организации учебной деятельности определяются видами учебной работы, спецификой учебной группы, изучаемым материалом, учебными целями.

Возможны следующие организационные формы обучения:

- классно-урочная система (изучение нового, практикум, контроль, дополнительная работа, уроки-зачеты, уроки — защиты творческих заданий). В данном случае используются все типы объектов, межпредметные связи, поиск информации осуществляется учащимися под руководством учителя;
- индивидуальная и индивидуализированная. Такие формы работы позволяют регулировать темп продвижения в обучении каждого школьника сообразно его способностям. При работе в компьютерном классе по заранее подобранным информационным, практическим и контрольным заданиям, собранным из соответствующих объектов, формируются индивидуальные задания для учащихся;
- групповая работа. Предварительно учитель формирует блоки объектов или общий блок, на основании демонстрации которого происходит обсуждение в группах общей проблемы либо, при наличии компьютерного класса, обсуждение мини-задач, которые являются составной частью общей учебной задачи;
- внеклассная работа, исследовательская работа, кружковая работа;
- самостоятельная работа учащихся по изучению нового материала, отработке учебных навыков и навыков практического применения приобретенных знаний; выполнение индивидуальных заданий творческого характера.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА «МАТЕМАТИКА. НАГЛЯДНАЯ ГЕОМЕТРИЯ. 5—6 КЛАССЫ» К УЧЕБНИКУ И. Ф. ШАРЫГИНА, Л. Н. ЕРГАНЖИЕВОЙ

◇ ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа по математике разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования, Концепции духовно-нравственного развития и воспитания личности гражданина России, Концепции развития математического образования в Российской Федерации[1], Примерной основной образовательной программы основного общего образования[2], Письма Минобрнауки «О рабочих программах учебных предметов»[3] и др.

Обучение математике является важнейшей составляющей основного общего образования и призвано развивать логическое мышление и математическую интуицию учащихся, обеспечить овладение учащимися умениями в решении различных практических и межпредметных задач. Математика входит в предметную область «Математика и информатика».

Основными целями курса математики основной школы в соответствии с Федеральным образовательным стандартом основного общего образования являются: осознание значения математики... в повседневной жизни человека; формирование представлений о социальных, культурных и исторических факторах

---

[1] См.: Концепция развития математического образования в Российской Федерации. Распоряжение Правительства России от 24 декабря 2013 г. № 2506-Р.

[2] См.: Примерная основная образовательная программа основного общего образования. Одобрено Федеральным учебно-методическим объединением по общему образованию. Протокол заседания от 8 апреля 2015 г. № 1/15.

[3] См.: О рабочих программах учебных предметов. Письмо Минобрнауки РФ от 28 октября 2015 г. № 08-1786.

становления математической науки; формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления.

Усвоенные в курсе математики основной школы знания и способы действий необходимы как для дальнейшего успешного изучения математики и других школьных дисциплин в основной и старшей школе, так и для решения практических задач в повседневной жизни.

Этому способствует решение следующих задач:

- формирование мотивации изучения математики, готовности и способности учащихся к саморазвитию, личностному самоопределению, построению индивидуальной траектории в изучении предмета;
- формирование у учащихся способности к организации своей учебной деятельности посредством освоения личностных, познавательных, регулятивных и коммуникативных универсальных учебных действий;
- формирование специфических для математики стилей мышления, необходимых для полноценного функционирования в современном обществе, в частности логического, алгоритмического и эвристического;
- освоение в ходе изучения математики специфических видов деятельности, таких как построение математических моделей, выполнение инструментальных вычислений, овладение символическим языком предмета и др.;
- формирование умений представлять информацию в зависимости от поставленных задач в виде таблицы, схемы, графика, диаграммы, использовать компьютерные программы, Интернет при ее обработке;
- овладение учащимися математическим языком и аппаратом как средством описания и исследования явлений окружающего мира;

- овладение системой математических знаний, умений и навыков, необходимых для решения задач повседневной жизни, изучения смежных дисциплин и продолжения образования;
- формирование научного мировоззрения;
- воспитание отношения к математике как к части общечеловеческой культуры, играющей особую роль в общественном развитии.

Содержание курса «Математика. Наглядная геометрия 5—6 классы» строится на основе системно-деятельностного подхода.

Преподавание курса с учетом авторской наглядно-эмпирической концепции его построения включает одновременное изучение элементов планиметрии и стереометрии, обеспечивая при этом развитие пространственной интуиции; образность и наглядность теоретического и задачного материала, направленные на развитие геометрической зоркости и выполнение требования, — практически любая задача под силу каждому ученику, если считать решение задачи многоуровневым; иллюстрирование геометрических фактов примерами из архитектуры и изобразительного искусства, использование цитат из художественных произведений, занимательность и широкий спектр рассматриваемых вопросов, способствующих развитию интереса к изучению предмета и превращению обучения в эмоционально переживаемый процесс.

В курсе наглядной геометрии основное внимание уделяется геометрическим фигурам на плоскости и в пространстве, геометрическим величинам, понятию равенства фигур и симметрии. У учащихся формируются общие представления о геометрических фигурах, умения их распознавать, называть, изображать, измерять. Это готовит их к изучению систематического курса геометрии в 7 классе.

При изучении этого курса ученики используют наблюдение, конструирование, геометрический эксперимент.

◇ ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ КУРСА

При освоении курса предполагается достижение выпускниками 5—6 классов следующих личностных, метапредметных и предметных результатов на базовом и углубленном уровнях.

Личностные результаты освоения курса

1. Российская гражданская идентичность (патриотизм, уважение к Отечеству, идентификация себя в качестве гражданина России). Осознание этнической принадлежности, знание истории, языка, культуры своего народа, своего края, основ культурного наследия народов России. Осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к истории, культуре, традициям, языкам, ценностям народов России и народов мира.

2. Готовность и способность обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию; готовность и способность к осознанному выбору и построению дальнейшей индивидуальной траектории образования на базе ориентировки в мире профессий и профессиональных предпочтений, с учетом устойчивых познавательных интересов.

3. Развитое моральное сознание и компетентность в решении моральных проблем на основе личностного выбора, формирование нравственных чувств и нравственного поведения, осознанного и ответственного отношения к собственным поступкам, способность к нравственному самосовершенствованию. Сформированность ответственного отношения к учению; уважительного отношения к труду, наличие опыта участия в социально значимом труде.

4. Сформированность целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки.

5. Осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению. Готовность и способность вести диалог с другими людьми и достигать в нем взаимопонимания.

6. Освоенность социальных норм, правил поведения. Участие в школьном самоуправлении и общественной жизни, освоение компетентностей в сфере организаторской деятельности; самореализации в группе и организации, ценности «другого» как равноправного партнера, формирование компетенций анализа, проектирования, организации деятельности, рефлексии изменений, способов взаимовыгодного сотрудничества, способов реализации собственного лидерского потенциала.

7. Развитость эстетического сознания через освоение художественного наследия народов России и мира и творческую деятельность; эстетическое, эмоционально-ценностное видение окружающего мира; способность к эмоционально-ценностному освоению мира, самовыражению и ориентации в художественном и нравственном пространстве культуры; уважение к истории культуры своего Отечества.

8. Сформированность основ экологической культуры, соответствующей современному уровню экологического мышления.

9. Умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры.

10. Критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта.

Метапредметные результаты освоения курса

Метапредметные результаты включают освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные).

Межпредметные понятия

Условием формирования межпредметных понятий, например таких, как: система, факт, закономерность, феномен, анализ, синтез, является овладение обучающимися основами читательской компетенции, при-

обретение навыков работы с информацией, участие в проектной деятельности. В основной школе на всех предметах будет продолжена работа по формированию и развитию ***основ читательской компетенции***.

При изучении учебных предметов обучающиеся усовершенствуют приобретенные на первом уровне **навыки работы с информацией** и пополнят их. Они смогут работать с текстами, преобразовывать и интерпретировать содержащуюся в них информацию, в том числе:

- систематизировать, сопоставлять, анализировать, обобщать и интерпретировать информацию, содержащуюся в готовых информационных объектах;
- выделять главную и избыточную информацию, выполнять смысловое свертывание выделенных фактов, мыслей; представлять информацию в сжатой словесной форме (в виде плана или тезисов) и в наглядно-символической форме (в виде таблиц, графических схем и диаграмм);
- заполнять и дополнять таблицы, схемы, диаграммы, тексты.

В ходе изучения всех учебных предметов обучающиеся ***приобретут опыт проектной деятельности*** как особой формы учебной работы, способствующей воспитанию самостоятельности, инициативности, ответственности, повышению мотивации и эффективности учебной деятельности; в ходе реализации исходного замысла на практическом уровне овладеют умением выбирать адекватные стоящей задаче средства, принимать решения, в том числе и в ситуациях неопределенности. Они получат возможность развить способность к поиску нескольких вариантов решений, нестандартных решений, поиску и осуществлению наиболее приемлемого решения.

Перечень ключевых межпредметных понятий определяется в ходе разработки основной образовательной программы основного общего образования (ООО) образовательной организации в зависимости от материально-технического оснащения, кадрового потенциала, используемых методов работы и образовательных технологий.

В соответствии с ФГОС ООО выделяются три группы универсальных учебных действий (УУД): регулятивные, познавательные, коммуникативные.

Регулятивные УУД

1. Умение самостоятельно определять цели обучения, ставить и формулировать новые задачи в учебе и познавательной деятельности, развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности. Обучающийся сможет:

- анализировать существующие и планировать будущие образовательные результаты;
- идентифицировать собственные проблемы и определять главную проблему;
- выдвигать версии решения проблемы, формулировать гипотезы, предугадывать конечный результат;
- ставить цель деятельности на основе определенной проблемы и существующих возможностей;
- ставить учебные задачи как шаги достижения поставленной цели деятельности;
- ставить целевые ориентиры и приоритеты, указывая и обосновывая логическую последовательность шагов.

2. Умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач. Обучающийся сможет:

- определять необходимые действия в соответствии с учебной и познавательной задачей и составлять алгоритм их выполнения;
- обосновывать и осуществлять выбор наиболее эффективных способов решения учебных и познавательных задач;
- определять/находить, в том числе из предложенных вариантов, условия для выполнения учебной и познавательной задачи;
- выстраивать жизненные планы на краткосрочное будущее (заявлять целевые ориентиры, ставить адек-

ватные им задачи и предлагать действия, указывая и обосновывая логическую последовательность шагов);
- выбирать из предложенных вариантов и самостоятельно искать средства/ресурсы для решения задачи/достижения цели;
- составлять план решения проблемы (выполнения проекта, проведения исследования);
- определять потенциальные затруднения при решении учебной и познавательной задачи и находить средства для их устранения;
- описывать свой опыт, оформляя его для передачи другим людям в виде технологии решения практических задач определенного класса;
- планировать и корректировать свою индивидуальную образовательную траекторию.

3. Умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией. Обучающийся сможет:

- определять совместно с педагогом и сверстниками критерии планируемых результатов и критерии оценки своей учебной деятельности;
- систематизировать (в том числе выбирать приоритетные) критерии планируемых результатов и оценки своей деятельности;
- отбирать инструменты для оценивания своей деятельности, осуществлять самоконтроль своей деятельности в рамках предложенных условий и требований;
- оценивать свою деятельность, аргументируя причины достижения или отсутствия планируемого результата;
- находить достаточные средства для выполнения учебных действий в изменяющейся ситуации и/или при отсутствии планируемого результата;

- работая по своему плану, вносить коррективы в текущую деятельность на основе анализа изменения ситуации для получения запланированных характеристик продукта/результата;
- устанавливать связь между полученными характеристиками продукта и характеристиками процесса деятельности и по завершении деятельности предлагать изменение характеристик процесса для получения улучшенных характеристик продукта;
- сверять свои действия с целью и, при необходимости, исправлять ошибки самостоятельно.

4. Умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности ее решения. Обучающийся сможет:

- определять критерии правильности (корректности) выполнения учебной задачи;
- анализировать и обосновывать применение соответствующего инструментария для выполнения учебной задачи;
- свободно пользоваться выработанными критериями оценки и самооценки, исходя из цели и имеющихся средств;
- оценивать продукт своей деятельности по заданным и/или самостоятельно определенным критериям в соответствии с целью деятельности;
- обосновывать достижимость цели на основе оценки своих внутренних и доступных внешних ресурсов;
- фиксировать и анализировать динамику собственных образовательных результатов.

5. Владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной деятельности. Обучающийся сможет:

- наблюдать и анализировать собственную учебную и познавательную деятельность и деятельность других обучающихся в процессе взаимопроверки;
- соотносить реальные и планируемые результаты индивидуальной образовательной деятельности и делать выводы;

- принимать решение в учебной ситуации и нести за него ответственность;
- самостоятельно определять причины своего успеха или неуспеха и находить способы выхода из ситуации неуспеха;
- ретроспективно определять, какие действия по решению учебной задачи или параметры этих действий привели к получению имеющегося продукта учебной деятельности.

Познавательные УУД

6. Умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное, по аналогии) и делать выводы. Обучающийся сможет:

- выделять общий признак двух или нескольких предметов или явлений и объяснять их сходство;
- объединять предметы и явления в группы по определенным признакам, сравнивать, классифицировать и обобщать факты и явления;
- выделять явление из общего ряда других явлений;
- определять обстоятельства, которые предшествовали возникновению связи между явлениями, из этих обстоятельств выделять определяющие, способные быть причиной данного явления, выявлять причины и следствия явлений;
- строить рассуждение от общих закономерностей к частным явлениям и от частных явлений к общим закономерностям;
- строить рассуждение на основе сравнения предметов и явлений, выделяя при этом общие признаки;
- излагать полученную информацию, интерпретируя ее в контексте решаемой задачи;
- самостоятельно указывать на информацию, нуждающуюся в проверке, предлагать и применять способ проверки достоверности информации;
- объяснять явления, процессы, связи и отношения, выявляемые в ходе познавательной и исследователь-

ской деятельности (приводить объяснение с изменением формы представления; объяснять, детализируя или обобщая; объяснять с заданной точки зрения);

- выявлять и называть причины события, явления, в том числе возможные/наиболее вероятные причины, возможные последствия заданной причины, самостоятельно осуществляя причинно-следственный анализ;
- делать вывод на основе критического анализа разных точек зрения, подтверждать вывод собственной аргументацией или самостоятельно полученными данными.

7. Умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач. Обучающийся сможет:

- обозначать символом и знаком предмет и/или явление;
- определять логические связи между предметами и/или явлениями, обозначать данные логические связи с помощью знаков в схеме;
- создавать абстрактный или реальный образ предмета и/или явления;
- строить модель/схему на основе условий задачи и/или способа ее решения;
- создавать вербальные, вещественные и информационные модели с выделением существенных характеристик объекта для определения способа решения задачи в соответствии с ситуацией;
- преобразовывать модели с целью выявления общих законов, определяющих данную предметную область;
- переводить сложную по составу (многоаспектную) информацию из графического или формализованного (символьного) представления в текстовое, и наоборот;
- строить схему, алгоритм действия, исправлять или восстанавливать неизвестный ранее алгоритм на основе имеющегося знания об объекте, к которому применяется алгоритм;

- строить доказательство: прямое, косвенное, от противного;
- анализировать/рефлексировать опыт разработки и реализации учебного проекта, исследования (теоретического, эмпирического) на основе предложенной проблемной ситуации, поставленной цели и/или заданных критериев оценки продукта/результата.

8. Смысловое чтение. Обучающийся сможет:

- находить в тексте требуемую информацию (в соответствии с целями своей деятельности);
- ориентироваться в содержании текста, понимать целостный смысл текста, структурировать текст;
- устанавливать взаимосвязь описанных в тексте событий, явлений, процессов;
- резюмировать главную идею текста;
- критически оценивать содержание и форму текста.

9. Развитие мотивации к овладению культурой активного использования словарей и других поисковых систем. Обучающийся сможет:

- определять необходимые ключевые поисковые слова и запросы;
- осуществлять взаимодействие с электронными поисковыми системами, словарями;
- формировать множественную выборку из поисковых источников для объективизации результатов поиска;
- соотносить полученные результаты поиска со своей деятельностью.

Коммуникативные УУД

10. Умение организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками; работать индивидуально и в группе: находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов; формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение. Обучающийся сможет:

- определять возможные роли в совместной деятельности;

- играть определенную роль в совместной деятельности;
- принимать позицию собеседника, понимая позицию другого, различать в его речи: мнение (точку зрения), доказательство (аргументы), факты; гипотезы, аксиомы, теории;
- определять свои действия и действия партнера, которые способствовали или препятствовали продуктивной коммуникации;
- строить позитивные отношения в процессе учебной и познавательной деятельности;
- корректно и аргументированно отстаивать свою точку зрения, в дискуссии уметь выдвигать контраргументы, перефразировать свою мысль (владение механизмом эквивалентных замен);
- критически относиться к собственному мнению, с достоинством признавать ошибочность своего мнения (если оно таково) и корректировать его;
- предлагать альтернативное решение в конфликтной ситуации;
- выделять общую точку зрения в дискуссии;
- договариваться о правилах и вопросах для обсуждения в соответствии с поставленной перед группой задачей;
- организовывать учебное взаимодействие в группе (определять общие цели, распределять роли, договариваться друг с другом и т. д.);
- устранять в рамках диалога разрывы в коммуникации, обусловленные непониманием/неприятием со стороны собеседника задачи, формы или содержания диалога.

11. Умение осознанно использовать речевые средства в соответствии с задачей коммуникации для выражения своих чувств, мыслей и потребностей, для планирования и регуляции своей деятельности; владение устной и письменной речью, монологической контекстной речью. Обучающийся сможет:

- определять задачу коммуникации и в соответствии с ней отбирать речевые средства;

- отбирать и использовать речевые средства в процессе коммуникации с другими людьми (диалог в паре, в малой группе и т. д.);
- представлять в устной или письменной форме развернутый план собственной деятельности;
- соблюдать нормы публичной речи, регламент в монологе и дискуссии в соответствии с коммуникативной задачей;
- высказывать и обосновывать мнение (суждение) и запрашивать мнение партнера в рамках диалога;
- принимать решение в ходе диалога и согласовывать его с собеседником;
- создавать письменные «клишированные» и оригинальные тексты с использованием необходимых речевых средств;
- использовать вербальные средства (средства логической связи) для выделения смысловых блоков своего выступления;
- использовать невербальные средства или наглядные материалы, подготовленные/отобранные под руководством учителя;
- делать оценочный вывод о достижении цели коммуникации непосредственно после завершения коммуникативного контакта и обосновывать его.

12. Формирование и развитие компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий (далее ИКТ). Обучающийся сможет:

- целенаправленно искать и использовать информационные ресурсы, необходимые для решения учебных и практических задач с помощью средств ИКТ;
- выбирать, строить и использовать адекватную информационную модель для передачи своих мыслей средствами естественных и формальных языков в соответствии с условиями коммуникации;
- выделять информационный аспект задачи, оперировать данными, использовать модель решения задачи;
- использовать компьютерные технологии (включая выбор адекватных задаче инструментальных программно-аппаратных средств и сервисов) для решения информационных и коммуникационных учеб-

ных задач, в том числе: вычисление, создание презентаций и др.;
- использовать информацию с учетом этических и правовых норм;
- создавать информационные ресурсы разного типа и для разных аудиторий, соблюдать информационную гигиену и правила информационной безопасности.

Предметные результаты освоения курса

Выпускник научится в 5—6 классах (для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования на *базовом уровне*)

Наглядная геометрия. Геометрические фигуры

- Оперировать на базовом уровне понятиями: фигура, точка, отрезок, прямая, луч, ломаная, угол, многоугольник, треугольник и четырехугольник, прямоугольник и квадрат, окружность и круг, прямоугольный параллелепипед, куб, шар. Изображать изучаемые фигуры от руки и с помощью линейки и циркуля.

***В повседневной жизни и при изучении других предметов*:**

- решать практические задачи с применением простейших свойств фигур.

Измерения и вычисления

- Выполнять измерение длин, расстояний, величин углов с помощью инструментов для измерений длин и углов;
- вычислять площади прямоугольников.

***В повседневной жизни и при изучении других предметов*:**

- вычислять расстояния на местности в стандартных ситуациях, площади прямоугольников;
- выполнять простейшие построения и измерения на местности, необходимые в реальной жизни.

История математики

- Описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки;
- знать примеры математических открытий и их авторов в связи с отечественной и всемирной историей.

Выпускник получит возможность научиться в 5—6 классах (для обеспечения возможности успешного продолжения образования на *базовом и углублённом уровнях*)

Наглядная геометрия. Геометрические фигуры

- Извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;
- изображать изучаемые фигуры от руки и с помощью компьютерных инструментов;
- работать с математическим текстом (структурировать, извлекать необходимую информацию);
- владеть некоторыми основными понятиями геометрии, различать простейшие плоские и объемные геометрические фигуры.

Измерения и вычисления

- Выполнять измерение длин, расстояний, величин углов с помощью инструментов для измерений длин и углов;
- вычислять площади прямоугольников, квадратов, объемы прямоугольных параллелепипедов, кубов;
- использовать геометрический язык для описания предметов окружающего мира; выполнять чертежи, делать рисунки, схемы к условию задачи; измерять длины отрезков, величины углов, использовать формулы для вычисления периметров, площадей и объемов некоторых геометрических фигур.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- вычислять расстояния на местности в стандартных ситуациях, площади участков прямоугольной формы, объемы комнат;

- выполнять простейшие построения на местности, необходимые в реальной жизни;
- оценивать размеры реальных объектов окружающего мира.

История математики

- Характеризовать вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;
- представлять геометрию как науку из сферы человеческой деятельности, ее значимость в жизни человека.

◇ СОДЕРЖАНИЕ КУРСА

Наглядная геометрия

Фигуры в окружающем мире. Наглядные представления о фигурах на плоскости: прямая, отрезок, луч, угол, ломаная, многоугольник, окружность, круг. Четырехугольник, прямоугольник, квадрат, *параллелограмм, ромб*[1]. Треугольник, виды треугольников. *Построение треугольников с помощью транспортира, циркуля и линейки. Правильные многоугольники.* Изображение геометрических фигур. Взаимное расположение двух прямых. *Построение прямой, параллельной или перпендикулярной данной прямой, с помощью циркуля и линейки.*

Граф. Построение графов одним росчерком.

Длина отрезка, длина ломаной. Периметр многоугольника. Единицы измерения длины. Измерение длины отрезка, построение отрезка заданной длины.

Виды углов. Градусная мера угла. Измерение и построение углов с помощью транспортира. *Биссектриса угла. Вертикальные и смежные углы.*

Понятие площади фигуры; единицы измерения площади. Площадь прямоугольника, квадрата. Приближенные измерения площадей фигур на клетчатой бумаге. Равновеликие и *равносоставленные* фигуры.

---

[1] Темы, выделенные курсивом, изучаются на углубленном уровне.

Наглядные представления о пространственных фигурах: куб, параллелепипед, призма, пирамида, шар, сфера, конус, цилиндр. Изображение пространственных фигур на плоскости. *Примеры сечений*. *Замечательные кривые*. Многогранники. *Проекции многогранников*. Правильные многогранники. Примеры разверток многогранников, цилиндра и конуса. *Взаимное расположение двух прямых в пространстве*.

Понятие объема, единицы объема. Объем прямоугольного параллелепипеда, куба.

Понятие о равенстве фигур. *Поворот*, *параллельный перенос*, центральная, осевая и зеркальная симметрии. Изображение симметричных фигур.

Координаты точки на прямой, на плоскости и в пространстве.

Решение практических задач с применением простейших свойств фигур.

◇ ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Тематическое планирование реализует один из возможных подходов к распределению изучаемого материала, не носит обязательного характера и не исключает возможностей иного распределения содержания.

В тематическом планировании разделы основного содержания разбиты на темы в порядке их изучения в учебнике.

Особенностью тематического планирования является то, что в нем содержится описание возможных видов деятельности учащихся в процессе усвоения соответствующего содержания, направленных на достижение поставленных целей обучения. Это ориентирует учителя на усиление деятельностного подхода в обучении, на организацию разнообразной учебной деятельности, отвечающей современным психолого-педагогическим взглядам, на использование современных технологий.

Планирование в 5—6 классах составлено из расчета 45 ч. Рабочая программа реализуется за счет вариативного компонента образовательной организации.

5 класс (23 ч)

Основное содержание	Основные виды учебной деятельности обучающегося
Первые шаги в геометрии (1 ч) История развития геометрии. Инструменты для построений и измерений в геометрии. *Проверочная работа* «Развитие пространственных представлений учащихся»	Измерять с помощью инструментов и сравнивать длины отрезков и величины углов. Строить отрезки заданной длины с помощью линейки и циркуля и углы заданной величины с помощью транспортира. Выражать одни единицы измерения длин через другие
Пространство и размерность (1 ч) Одномерное пространство (точки, отрезки, лучи), двумерное пространство (треугольник, квадрат, окружность), трехмерное пространство (прямоугольный параллелепипед, куб). Плоские и пространственные фигуры. Перспектива как средство изображения трехмерного пространства на плоскости. Четырехугольник, диагонали четырехугольника. Куб и пирамида, их изображения на плоскости	Изображать геометрические фигуры плоские и пространственные от руки и с использованием чертежных инструментов. Различать фигуры плоские и объемные
Простейшие геометрические фигуры (1 ч) Геометрические понятия: точка, прямая, отрезок, луч, угол. Виды углов: острый, прямой, тупой, развернутый. Измерение углов с помощью транспортира. Вертикальные и смежные углы.	Распознавать, называть и строить геометрические фигуры (точку, прямую, отрезок, луч, угол), виды углов (острый, прямой, тупой, развернутый), вертикальные углы и смежные углы. Строить биссектрису на глаз и с помощью транспортира

Продолжение табл.

Основное содержание	Основные виды учебной деятельности обучающегося
Диагональ квадрата. Биссектриса угла	
Конструирование из «Т» (1 ч) Конструирование на плоскости и в пространстве, а также на клетчатой бумаге из частей буквы «Т»	Моделировать геометрические фигуры, используя бумагу
Куб и его свойства (2 ч) Многогранники. Вершины, ребра, грани многогранника. Куб: вершины, ребра, грани, диагональ, противоположные вершины. Развертка куба. *Проверочная работа* «Исследование куба»	Распознавать и называть куб и его элементы (вершины, ребра, грани, диагонали). Распознавать куб по его развертке. Изготавливать куб из развертки. Приводить примеры предметов из окружающего мира, имеющих форму куба
Задачи на разрезание и складывание фигур (1 ч) Равенство фигур при наложении. Способы разрезания квадрата на равные части. Разрезание многоугольников на равные части. Игра «Пентамино». Конструирование многоугольников	Изображать равные фигуры и обосновывать их равенство. Конструировать заданные фигуры из плоских геометрических фигур. Расчленять, вращать, совмещать, накладывать фигуры
Треугольник (1 ч) Многоугольник. Треугольник: вершины, стороны, углы. Виды треугольников (разносторонний, равнобедренный, равносторонний, остроугольный, прямоугольный, тупоугольный). Пирамида.	Распознавать на чертежах, изображать прямоугольный, остроугольный, тупоугольный, равнобедренный, равносторонний, разносторонний треугольники. Распознавать и называть пирамиду и ее элементы (вершины, ребра, грани).

Продолжение табл.

Основное содержание	Основные виды учебной деятельности обучающегося
Правильная треугольная пирамида (тетраэдр). Развертка пирамиды. Построение треугольников (по двум сторонам и углу между ними, по стороне и двум углам, по трем сторонам) с помощью транспортира, циркуля и линейки	Распознавать пирамиду по ее развертке. Изготавливать ее из развертки. Приводить примеры предметов из окружающего мира, имеющих форму пирамиды. *Строить треугольник (по двум сторонам и углу между ними, по стороне и двум углам, по трем сторонам) с помощью транспортира, циркуля и линейки*[1]
Правильные многогранники (2 ч) Тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр, икосаэдр. Формула Эйлера. Развертки правильных многогранников	Различать и называть правильные многогранники. Вычислять по формуле Эйлера. Изготавливать некоторые правильные многогранники из их разверток
Геометрические головоломки (1 ч) Игра «Танграм». Составление заданных многоугольников из ограниченного числа фигур	Конструировать заданные фигуры из плоских геометрических фигур
Измерение длины (1 ч) Единицы измерения длины. Старинные единицы измерения. Эталон измерения длины — метр. Единицы измерения приборов. Точность измерения	Измерять длину отрезка линейкой. Выражать одни единицы измерения длин через другие. Находить точность измерения приборов. Измерять длины кривых линий

[1] Дополнительные виды деятельности выделены курсивом.

Продолжение табл.

Основное содержание	Основные виды учебной деятельности обучающегося
Измерение площади и объема (2 ч) Единицы измерения площади. Измерение площади фигуры с избытком и с недостатком. Приближенное нахождение площади. Палетка. Единицы измерения площади и объема	Находить приближенные значения площади, измерять площади фигур с избытком и недостатком; использовать разные единицы площади и объема
Вычисление длины, площади и объема (2 ч) Нахождение площади фигуры с помощью палетки, объема тела с помощью единичных кубиков. Равносоставленные и равновеликие фигуры. Площадь прямоугольника. Объем прямоугольного параллелепипеда	Вычислять площади прямоугольника и квадрата, используя формулы. Вычислять объем куба и прямоугольного параллелепипеда по формулам. Выражать одни единицы площади и объема через другие
Окружность (1 ч) Окружность и круг: центр, радиус, диаметр. Правильный многоугольник, вписанный в окружность	Распознавать на чертежах и называть окружность и ее элементы (центр, радиус, диаметр). Изображать окружность. Распознавать правильный многоугольник, вписанный в окружность. Строить правильные многоугольники с помощью циркуля и транспортира
Геометрический тренинг (1 ч) Занимательные задачи на подсчет геометрических фигур в различных плоских конфигурациях	Распознавать геометрические фигуры в сложных конфигурациях. Вычленять из чертежа отдельные элементы

Окончание табл.

Основное содержание	Основные виды учебной деятельности обучающегося
Топологические опыты (1 ч) Лист Мебиуса. Опыты с листом Мебиуса. Вычерчивание геометрических фигур одним росчерком. Граф, узлы графа. Возможность построения графа одним росчерком	Строить геометрические фигуры от руки. Исследовать и описывать свойства фигур, используя эксперимент, наблюдение, измерение и моделирование. Рисовать графы, соответствующие задаче
Задачи со спичками (1 ч) Занимательные задачи на составление геометрических фигур из спичек. Трансформация фигур при перекладывании спичек	Конструировать фигуры из спичек. Исследовать и описывать свойства фигур, используя эксперимент, наблюдение, измерение и моделирование
Зашифрованная переписка (1 ч) Поворот. Шифровка с помощью 64-клеточного квадрата	Рисовать фигуру, полученную при повороте на заданный угол в заданном направлении
Задачи, головоломки, игры (2 ч) Деление фигуры на части. Игры со спичками, с многогранниками. Проекции многогранников	Исследовать и описывать свойства фигур, используя эксперимент, наблюдение, измерение и моделирование

6 класс (22 ч)

Основное содержание	Основные виды учебной деятельности обучающегося
Фигурки из кубиков и их частей (2 ч) Метод трех проекций пространственных тел. Составление куба из многогранников. Сечения куба	Конструировать тела из кубиков. Рассматривать простейшие сечения пространственных фигур, получаемые путем предметного моделирования, определять их вид. Соотносить пространственные фигуры с их проекциями на плоскость
Параллельность и перпендикулярность (2 ч) Параллельные и перпендикулярные прямые на плоскости и в пространстве. Построение параллельных и перпендикулярных прямых с помощью линейки и чертежного угольника. Построение прямой, параллельной и перпендикулярной данной, с помощью циркуля и линейки. Параллельные, перпендикулярные и скрещивающиеся ребра куба. Скрещивающиеся прямые	Распознавать взаимное расположение прямых (пересекающихся, параллельных, перпендикулярных) в пространстве. Приводить примеры расположения прямых на кубе. Строить параллельные и перпендикулярные прямые с помощью циркуля и линейки
Параллелограммы (1 ч) Параллелограмм, ромб, прямоугольник. Некоторые свойства параллелограммов. Получение параллельных и перпендикулярных прямых с помощью перегибания листа. Свойства квадрата и прямоугольника, полученные перегибанием листа. Золотое сечение	Моделирование параллельных и перпендикулярных прямых с помощью листа бумаги. Исследовать и описывать свойства ромба, квадрата и прямоугольника, используя эксперимент, наблюдение, измерение и моделирование

Продолжение табл.

Основное содержание	Основные виды учебной деятельности обучающегося
Координаты, координаты, координаты... (1 ч) Определение местонахождения объектов на географической карте. Определение положения корабля в игре «Морской бой». Координатная плоскость. Координаты точки на плоскости. Полярные координаты: угол и расстояние. Декартова система координат в пространстве	Находить координаты точки и строить точку по ее координатам на плоскости
Оригами (1 ч) Складывание фигур из бумаги по схеме	Конструировать заданные объекты из бумаги. Работать по предписанию, читать чертежи и схемы
Замечательные кривые (1 ч) Конические сечения конуса: эллипс, окружность, гипербола, парабола. Спираль Архимеда. Синусоида. Кардиоида. Циклоида. Гипоциклоида	Строить замечательные кривые (эллипс, окружность, гиперболу, параболу, спираль Архимеда, синусоиду, кардиоиду, циклоиду и др.) от руки с помощью вспомогательных средств
Кривые Дракона (1 ч) Правила получения кривых Дракона	Осуществлять поворот фигуры на заданный угол в заданном направлении, рисовать от руки и по предписаниям
Лабиринты (1 ч) Истории лабиринтов. Способы решений задач с лабиринтами: метод проб и ошибок, метод зачеркивания тупиков, правило одной руки	Решать задачи с помощью методов: проб и ошибок, зачеркивания тупиков и правила одной руки. Применять методы прохождения лабиринтов

Продолжение табл.

Основное содержание	Основные виды учебной деятельности обучающегося
Геометрия клетчатой бумаги (1 ч) Построения перпендикуляра к отрезку с помощью линейки. Построение окружности на клетчатой бумаге. Построение прямоугольного треугольника и квадрата по заданной площади	Применять свойства фигур при решении задач на клетчатой бумаге. Строить фигуры на клетчатой бумаге с учетом их свойств. Использовать клетчатую бумагу как палетку
Зеркальное отражение (1 ч) Получение изображений при зеркальном отражении от одного и нескольких зеркал	Наблюдать за изменением объекта при зеркальном отображении. Строить объекты при зеркальном отображении
Симметрия (2 ч) Осевая симметрия. Зеркальная симметрия как частный случай осевой. Центральная симметрия. Использование кальки для получения центрально-симметричных фигур	Находить в окружающем мире плоские и пространственные симметричные фигуры. Строить центрально-симметричные фигуры с помощью кальки. Определять на глаз число осей симметрии фигуры
Бордюры (1 ч) Бордюры — линейные орнаменты. Получение симметричных фигур: трафареты, орнаменты, бордюры. Применение параллельного переноса, зеркальной симметрии (с вертикальной и горизонтальной осями), поворота и центральной симметрии	Конструировать бордюры, изображая их от руки и с помощью инструментов. Применять геометрические преобразования для построения бордюров

Окончание табл.

Основное содержание	Основные виды учебной деятельности обучающегося
Орнаменты (2 ч) Плоские орнаменты — паркеты. Выделение ячейки орнамента. Построение орнаментов и паркетов	Конструировать орнаменты, изображая их от руки и с помощью инструментов. Использовать геометрические преобразования для составления паркета
Симметрия помогает решать задачи (1 ч) Построение фигур при осевой симметрии. Расстояние от точки до прямой. Свойство касательной к окружности	Строить фигуры при осевой симметрии, строить рисунок к задаче, выполнять дополнительные построения
Одно важное свойство окружности (2 ч) Вписанный прямоугольный треугольник. Вписанный и центральный угол	Решать задачи на нахождение длины отрезка, периметра многоугольника, градусной меры угла, площади прямоугольника и объема куба
Задачи, головоломки, игры (2 ч)	Выделять в условии задачи данные, необходимые для решения задачи, строить логическую цепочку рассуждений, сопоставлять полученный результат с условием задачи

◇ ТЕМЫ УЧЕБНЫХ ПРОЕКТОВ И ИССЛЕДОВАНИЙ

5 класс

1. Развертки и модели куба (деревянные, бумажные, стеклянные, каркасные и др.).
2. Сборник пословиц (поговорок, загадок) об измерении длины, площади, объема.
3. Альбом фигур, которые можно нарисовать одним росчерком.
4. Выставка правильных многогранников.
5. Учимся изображать фигуры с помощью простейших компьютерных инструментов.

6 класс

1. Выставка фигурок оригами.
2. Выставка бордюров и орнаментов.
3. Фотоальбом «Симметрия в архитектуре и искусстве».

◇ ОПИСАНИЕ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО И МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Программа

Рабочая программа «Математика. Наглядная геометрия. 5—6 классы» к учебнику И. Ф. Шарыгина, Л. Н. Ерганжиевой // Математика. Наглядная геометрия. 5—6 классы: методическое пособие.

Учебник

Шарыгин И. Ф., Ерганжиева Л. Н. Математика. Наглядная геометрия. 5—6 классы.

Методическое пособие для учителя

Ерганжиева Л. Н., Муравина О. В. Математика. Наглядная геометрия. 5—6 классы.

Печатные пособия

Комплект таблиц по математике.

5—6 классы. 8 двусторонних таблиц.

Комплект портретов для кабинета математики (15 портретов).

Технические средства

Персональный компьютер с принтером.

Мультимедиапроектор с экраном или интерактивная доска.

Копир.

Принтер.

Учебно-практическое и учебно-лабораторное оборудование

Аудиторная доска с магнитной поверхностью и набором приспособлений для крепления таблиц.

Доска магнитная с координатной сеткой.

Комплект инструментов классных: линейка, транспортир, угольник (30°, 60°), угольник (45°, 45°), циркуль.

Комплект стереометрических тел (демонстрационный и раздаточный).

Набор планиметрических фигур.

МЕТОДИЧЕСКИЕ КОММЕНТАРИИ К ПАРАГРАФАМ УЧЕБНИКА

5 КЛАСС

◇ § 1. ПЕРВЫЕ ШАГИ В ГЕОМЕТРИИ (1 ч)

Основные понятия: предмет геометрии, чертежные и измерительные инструменты.

Предметные результаты: строить прямую, отрезок данной длины, окружность; измерять длину отрезка, сравнивать длины отрезков.

Метапредметные результаты: развитие интуиции, пространственных представлений.

Личностные результаты: формирование интереса к предмету.

Внутрипредметные, межпредметные связи: геометрия, черчение.

Комментарии. На первом уроке, кроме знакомства с новым предметом, учебником и чертежно-измерительными инструментами, целесообразно выяснить уровень подготовленности учащихся к восприятию геометрии. Для этого предлагается провести проверочную работу, состоящую из трех частей, соответствующих основным приемам образного мышления: композиции, реконструкции и изменению точки наблюдения.

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА

Тема: **«Развитие пространственных представлений учащихся»**

1. Композиция.

а) Лист бумаги складывается вчетверо и вырезается серединка. Эти действия производит учитель. После разворачивания листа учитель задает вопрос: «Какая фигура отрезана?»

б) Лист бумаги складывается вдвое и отрезается уголок. Какая фигура получится после разворачивания отрезанного кусочка? (Возможны 2 случая.)

2. Реконструкция.

а) От квадрата отрезается половинка по диагонали, и закрашенная часть поворачивается на 270° против часовой стрелки вокруг вершины A. Какая фигура получится в результате такого преобразования?

б) Сделать один разрез так, чтобы после перекладывания частей фигуры получился параллелограмм (можно показать учащимся, какая фигура должна получиться).

3. Изменение точки наблюдения.

а) На столе поставлены рядом друг с другом два куба. Какие из чертежей, изображенных на доске, могут служить изображением данных кубов?

б) На столе расставлены геометрические тела. Описать словесно или рисунком, как выглядит эта группа предметов, если на нее смотреть с противоположной точки наблюдения.

Подобные «срезы» следует проводить периодически, чтобы увидеть результаты работы по развитию пространственных представлений и образного мышления школьников. Оценивание результатов, на наш взгляд, может быть только качественное. Предлагается сохранить результаты проверочной работы учеников до конца года для сравнения.

При решении задач параграфа ученики применяют метод проб и ошибок.

К параграфу относятся восемь задач, разнообразных как по содержанию, так и по способам решения. Предполагается, что они способны продемонстрировать все многообразие геометрии и методов решения геометрических проблем.

Указания к решению задач учебника

1. Сложите 6 спичек так, чтобы образовалось 4 треугольника (сторона треугольника равна спичке). Эта задача сразу снимает возможные ограничения, связанные с работой в плоскости, она объединяет плоскость и пространство, давая простор действиям. Решением задачи является треугольная пирамида, у которой данные 6 спичек являются ребрами.

2, 4. Решение задач на разрезание фигур на равные части опирается на интуитивно ясное понятие равенства фигур.

В задаче № 2 требуется разрезать квадрат на 4 равные части (разными способами) и на 5 равных частей.

В задаче № 4 нужно предложить способ разрезания фигуры (рис. 6 в учебнике) на две равные части. Следует подчеркнуть, что равное количество составляющих фигуры клеточек еще не означает равенства самих фигур. Это необходимо, но не достаточно: фигуры должны быть еще одинаковыми по форме. Таким образом, учащиеся подводятся к важнейшим понятиям размера и формы. Эти задачи могут быть решены учащимися в ходе предметной деятельности, т. е. непосредственным физическим разрезанием фигур.

3. Задача показывает, что за простой формулировкой подчас скрывается неразрешимая проблема. Вычерчиванию уникурсальных кривых (т. е. без отрыва руки от бумаги и повторения пройденных участков) посвящен параграф 15 — топологические опыты, где объясняется, что не каждая задача, подобная данной, имеет решение.

5. Арбуз разрезали на 4 части и съели. Получилось 5 корок. Как такое может быть? Предполагается решение этой задачи «в уме» (на мысленное манипулирование образом памяти). Можно также рассуждать логически. Как может получиться на 1 корку больше, чем было кусков? (Только если одна часть содержала 2 корки, а это может быть, если вырезать сердцевину арбуза по вертикали, не срезая сначала «вершок» и «донышко».)

6, 7. Задачи лучше сопроводить демонстрацией моделей или организовать работу учеников с бумагой.

При работе над задачей № 6 учитель может, как фокусник, показывать попеременно то фигуру, то расправленный лист бумаги с разрезами, чтобы ученики сначала смогли сделать необходимые разрезы на листе бумаги, а затем уже пробовали из него сделать невозможную на первый взгляд фигуру.

В задаче № 7 расположить четыре «страны» треугольной формы можно таким образом, чтобы каждая из них имела общую границу с тремя другими. Для этого следует раздать по четыре треугольника определен-

ной формы каждому ученику. Имея треугольники, ученики путем комбинирования их взаимного расположения могут найти решение задачи, если задачу не удалось решить умозрительно. Заметим, что с целью вовлечения в процесс восприятия различных органов чувств нужно как можно чаще использовать модели, особенно на первых уроках.

◇ § 2. ПРОСТРАНСТВО И РАЗМЕРНОСТЬ (1 ч)

Основные понятия: пространство, размерность пространства, измерения как характеристики геометрического объекта; одно-, двух-, трехмерное пространства. Перспектива как способ передачи пространства на плоскости. «Невидимые» линии. Куб, квадрат, пирамида, треугольник, четырехугольник, диагонали, многоугольник, многогранник.

Предметные результаты: измерять с помощью инструментов и сравнивать длины отрезков и величины углов; строить отрезки заданной длины с помощью линейки и циркуля и углы заданной величины с помощью транспортира; выражать одни единицы длины через другие; передавать объемность тела посредством изгиба линий; изображать куб и пирамиду на клетчатой бумаге с использованием пунктирных линий; конструировать многогранник с заданными характеристиками.

Метапредметные результаты: развитие пространственных представлений; знакомство с именами знаменитых художников и их работами, восприятие глубины пространства, способность видеть ошибку в изображении.

Личностные результаты: эстетическое восприятие геометрии, интерес к окружающему миру и его изображению.

Внутрипредметные и межпредметные связи: планиметрия (многоугольники), стереометрия (многогранники).

Комментарии. Основная цель этого параграфа — введение учащихся из чувственно-сознаваемого пространства в абстрактно-геометрическое. При изложении материа-

ла учитель переходит от реальных объектов окружающего мира к их абстракциям — геометрическим телам. Так, от описания многоэтажного дома (количество подъездов — длина, количество окон в торце — ширина, количество этажей — высота) переходят к прямому прямоугольному параллелепипеду, полностью описываемому тремя параметрами — длиной, шириной, высотой — или (учитель вводит термин) тремя измерениями. «Возвращаясь» в реальный мир, ученики находят предметы, имеющие форму параллелепипеда. Затем, привлекая фантазию учащихся, учитель предлагает представить, что произошло бы, если бы исчезла высота. Мир стал бы плоским, осталось только два измерения — длина и ширина. Какие геометрические фигуры могут находиться в плоскости? А какие фигуры не помещаются в двумерных рамках? Продолжая мысленное экспериментирование, приходим к одномерному пространству и фигурам, которые находятся на прямой (отрезок, луч, точка). Учащихся подводят к пониманию точки как абстрактной геометрической фигуры, не имеющей измерений.

Работу по введению понятия размерности пространства можно сопроводить демонстрацией модели, напоминающей показ мультипликационного кукольного фильма.

В эту модель входит куб, изготовленный из двух картонных квадратов (это верхнее и нижнее основания) и ткани, образующей боковые грани. Ткань должна складываться гармошкой, как в старинных фотоаппаратах, что позволяет совместить основания куба параллельным переносом и получить модель двумерной фигуры — квадрата. Этот (или другой равный ему) квадрат укладывается на картонный лист с прорезью, сторона квадрата прикладывается к прорези, и при переходе к одномерному пространству учитель втягивает снизу квадрат, пока не останется узкая полоска, иллюстрирующая прямую. Затем эта полоска «стягивается» в точку (а на изнанке картона движется весь квадрат) — убирается и длина.

Далее проводится *игра* в «плоскатиков». Представив себя плоскими, пятиклассники должны описать, что они видят вокруг: как им представляется треугольник, квадрат, окружность, отрезок и другие плоские фигу-

ры, что они видят, если их плоскость пересекает шар (в момент касания шара с плоскостью — точку, а затем отрезок, увеличивающийся до размера диаметра и опять уменьшающийся до точки). Эта игра способствует развитию пространственного воображения учащихся на основе мысленного манипулирования образами, готовит их к изображению пространственных фигур на плоскости, а в дальнейшем — к построению сечений многогранников и тел вращения.

От понимания тесноты плоскостных рамок для пространственных тел учащиеся переходят к изображению фигур на плоскости. Это очень важный момент для развития пространственных представлений и изобразительно-графических умений. Эмоциональность восприятия и яркость впечатлений учащихся достигается путем использования репродукций произведений искусств, например, В. Вазарели «Изучение перспективы», У. Хогарта «Неправильная перспектива», графических работ Вазарели «Вега-11», «Манипур» и др., а также «невозможных фигур» О. Рутерсварда. Учитель может предложить ученикам, по аналогии с этими графическими работами, придумать и нарисовать картинки с кажущимися выпуклостями и вмятинами (для удобства на миллиметровой бумаге). Это задание дает физическое ощущение пространства при его изображении на плоскости, что в дальнейшем облегчает обучение изображению многогранников, принятому в геометрии (невидимые линии изображаются пунктиром).

Задачи параграфа призваны показать различия плоскости и пространства и возможности, возникающие при увеличении размерности пространства.

Для тех учащихся, у которых ведущим является наглядно-действенное мышление, работу над задачами № 2 и 5 полезно провести с пластилином.

Упражнения, подобные задачам № 3 и 4, позволяют не только закрепить умения в изображении многогранников, но и развивают воображение учащихся.

Требование нарисовать, а не начертить многогранник весьма существенно. На данном этапе изобразительно-графические задания выполняются от руки, чтобы не отвлекать учеников от сути задания.

Указания к решению задач учебника

1. Для того чтобы сложить в два раза больший, чем данный, квадрат, нужно взять 4 квадрата, а для составления в два раза большего куба нужно взять 8 таких кубов. При работе над заданием полезно предварительно выяснить смысл термина «в два раза больший», который можно понимать как больший по площади (по объему) или больший по длине стороны. В задаче имеется в виду больший квадрат (куб) по длине стороны. Отметим, что начальная стадия работы над задачей — понимание условия, а значит, выяснение смысла всех входящих в условие терминов. Это очень важный этап, и акцентирование внимания на нем в пропедевтическом рассмотрении геометрии даст положительные результаты при изучении систематического курса.

2. В задаче требуется разделить треугольник на 4 равных треугольника (для облегчения можно взять равносторонний треугольник). Решение — отрезание «уголков». Данная задача позволяет, проводя аналогию треугольника с треугольной пирамидой (правильным тетраэдром), показать и их различия, возникающие из-за изменения размерности пространства, а именно невозможность деления тетраэдра на 4 равных тетраэдра аналогичным отсечением «уголков».

3, 4. В заданиях требуется придумать и изобразить многогранники с равным количеством вершин (8 и 5), но разным количеством граней (не 6 и 6 соответственно). Облегчить выполнение этих заданий учащимся, у которых образы памяти превалируют над образами воображения, поможет набор моделей многогранников, среди которых есть и «ответы» к заданиям.

5. В задаче разница между плоским блином и объемным караваем также возникает из-за того, что блин имеет малую толщину по сравнению с караваем: каравай можно разрезать на две части горизонтальным разрезом, а тонкий блин нельзя.

◇ § 3. ПРОСТЕЙШИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ (1 ч)

Основные понятия: точка, прямая, отрезок, луч, угол, вертикальные углы, смежные углы, прямой, тупой, острый углы, биссектриса угла.

Предметные результаты: изображать точку, прямую, отрезок, луч, угол заданной величины, строить биссектрису угла, вертикальные и смежные углы от руки и с помощью чертежных инструментов; измерять величину угла транспортиром.

Метапредметные результаты: формирование навыков исследовательской деятельности, развитие глазомера.

Личностные результаты: формирование аккуратности, наблюдательности, усидчивости.

Внутрипредметные и межпредметные связи: планиметрия (углы).

Комментарии. Рассмотрение пространственных тел на первых уроках естественно подводит учеников к вычленению их элементов — границ, граней, т. е. к простейшим плоским геометрическим фигурам, рассматриваемым в параграфе.

Изучение целесообразно начать с рассмотрения моделей многогранников и вычленения на них геометрических фигур, известных ученикам из начальной школы. Следует сразу обратить внимание учащихся на углы многогранников. Школьники могут подменять термин «вершина» термином «угол». Необходимо показать разницу между вершиной, т. е. точкой, и многогранным углом.

Основная нагрузка данного параграфа приходится на изучение углов, их видов и измерение. С *транспортиром* учащиеся встречаются впервые, а поэтому необходимо отработать умение пользоваться им как измерительным и чертежным инструментом. Этому служат практически все задания параграфа.

Указания к решению задач учебника

4. Задание, в котором нужно изобразить две пересекающиеся прямые под углом в 28° и измерить остальные углы, подводит учеников к понятию *вертикальных углов* и обнаружению их равенства, что потом используется в рассуждениях о сумме смежных углов. Хотя эти рассуждения еще нельзя назвать доказательствами, но некоторая практика проведения дедуктивных рассуждений у учащихся появляется.

5. В задаче нужно изобразить четырехугольник с тремя прямыми углами и догадаться, что и четвертый угол тоже прямой.

6. Задача о диагоналях квадрата также позволяет использовать в решении интуицию и житейские наблюдения. Рассуждения, приводимые при этом учениками, можно считать первым опытом дедуктивных рассуждений.

7. При ответе на вопрос задачи о том, чему равен угол между часовой и минутной стрелкой часов в 9 ч, 10 ч, 6 ч, 5 ч, 11 ч 30 мин, предварительно полезно рассмотреть движение стрелок часов и выяснить: какой угол описывает минутная стрелка за полчаса, какую часть получаса составляют 5 мин, какой угол описывает минутная стрелка за 5 мин. После проведения такой работы ответы не вызывают затруднений.

8. Задача интересна своим неожиданным ответом. Казалось бы, увеличительное стекло должно все объекты увеличивать в некоторое число раз, и это действительно происходит с линейными размерами, но не с величинами углов. Данная задача «работает» на подобие фигур — преобразование, сохраняющее форму, а значит, и величину угла. Объяснить этот ответ можно таким образом: при наблюдении угла через увеличительное стекло видно, что направление его сторон не изменяется, а значит, не изменяется и величина угла. Если ученик пользовался при решении интуицией, то от него можно не требовать объяснений.

9. Задача использует понятие равных фигур, как совпадающих при наложении. При проведении биссектрисы угла, вырезанного из бумаги, его надо сложить пополам. Это действие выполнял неоднократно каждый ребенок, вырезавший к новогоднему празднику бумажные снежинки.

10. Решение задачи предполагает проведение простейших дедуктивных рассуждений на основе определения биссектрисы: так как дан угол 60°, а биссектриса делит угол пополам, то части данного угла — по 30°. Это величины тех углов, которые биссектриса образует со сторонами данного угла.

12. Задача важна тем, что ее формулировка не позволяет дать однозначный ответ на поставленный вопрос,

он зависит от того, какой из проведенных лучей — *OA*, *OB* или *OC* — лежит между двумя другими. Задача учит решающего быть внимательным к условию и обязательно его анализировать перед тем, как приниматься за решение.

◇ § 4. КОНСТРУИРОВАНИЕ ИЗ «Т» (1 ч)

Предметные результаты: моделировать геометрические объекты из бумаги.

Метапредметные результаты: формирование конструктивных и коммуникативных умений, развитие воображения, нестандартного мышления, интуиции, геометрического зрения, изобразительных умений, пространственных представлений.

Личностные результаты: вовлечение в самостоятельную деятельность; привитие вкуса к исследовательской деятельности.

Внутрипредметные и межпредметные связи: планиметрия (геометрические преобразования, параллельный перенос).

Комментарии. Освоение новых терминов и инструментов параграфа сменяется новым видом деятельности — комбинаторным.

Задача № 1, развивая образное и ассоциативное мышление учащихся, способствует развитию коммуникативных умений, включающих в себя умение объяснять, описывать адекватно ситуацию и воспринимать информацию. Выполнение этого задания предполагает работу учащихся в парах, и она оценена должна быть по результатам работы пары — по взаимопониманию и слаженности. Остальные задания — индивидуальные, в которых может проявиться способность ученика к конструкторской деятельности.

В задаче № 4 неявно используется понятие развертки, так как требуется «завернуть» куб в букву «Т». Некоторым ученикам задача в такой постановке может оказаться сложной, им можно предложить разрезать бумажный куб по ребрам (линиям сгиба бумаги) так, чтобы при разворачивании получилась фигура, имеющая форму бук-

вы «Т», т. е. обратную задачу, более понятную для учащихся с ведущим наглядно-действенным мышлением.

Остальные задачи параграфа под силу каждому ученику, и их решения не приводятся.

Указания к решению задач учебника

1. Задача на составление конструкций из заданных элементов (буквы «Т») и словесное описание этих конструкций.

4. Задание несколько предваряет следующий параграф, в котором будет рассмотрен куб.

◇ § 5. КУБ И ЕГО СВОЙСТВА (2 ч)

Основные понятия: многогранник, вершины, ребра, грани многогранника; куб и его элементы, диагональ куба, развертка куба.

Предметные результаты: распознавать и называть куб и его элементы (вершины ребра, грани, диагонали), распознавать куб по его развертке, изготавливать куб из развертки, приводить примеры предметов из окружающей среды, имеющих форму куба; мысленно манипулировать объектом, переносить точку наблюдения; изображать куб и другие многогранники, чертить развертку куба.

Метапредметные результаты: формирование приемов исследовательской деятельности, конструкторских умений, развитие пространственных представлений, формирование коммуникативных умений.

Личностные результаты: эстетическое восприятие геометрического чертежа, формирование интереса к предмету.

Внутрипредметные и межпредметные связи: стереометрия (многогранники, куб и его свойства).

Комментарии. Материал параграфа может быть подразделен на три части. Первая часть включает в себя исследование куба и обнаружение его свойств. Для нее характерна исследовательская деятельность учащихся. Учитель организует практическую работу.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА

В *первой части* после небольшой вводной беседы, в ходе которой вводятся термины «многогранник», «грань», «ребро» и «вершина многогранника», учащимся раздаются кубы, изготовленные из бумаги (длина ребра 4—5 см для удобства). С помощью линейки, угольника и ножниц ученики должны обнаружить как можно больше свойств куба и записать их в тетрадь. Результаты исследования обсуждаются, и список свойств дополняется.

Среди свойств должны быть и такие, как: в одной (каждой) вершине сходится одно и то же число граней и ребер; все грани — равные квадраты и т. п.

Вторая часть — работа с разверткой куба. Среди обнаруженных свойств ученики выделяют наличие шести граней куба, каждая из которых является квадратом, а разрезав куб по ребрам, видят, что его поверхность «разворачивается» в плоскую фигуру, разделенную на 6 равных квадратов. Учитель вводит термин «развертка» и среди разверток, получившихся у учеников, находит несколько разных. Вывод: куб имеет несколько разверток.

Задания № 3—7 предполагают работу с разверткой. Перед выполнением этих заданий полезно рассказать учащимся, какую мысленную цепочку действий они выстраивают. Выполняя эти задания, полезно комментировать действия таким образом: «Вы мысленно выделяете те квадраты, которые являются боковыми гранями куба (оборачиваете его сбоку), а затем как бы перегибаете оставшиеся квадраты, делая «донышко» и «крышечку» куба — нижнее и верхнее основания». Многим ученикам работа в уме недоступна, они могут выполнять задание непосредственным складыванием куба из данной развертки, т. е. предметно, а не умозрительно решать задачу. Но в определенный момент у них заработает воображение. Задания № 6 и 7 взаимно обратные.

Ко второй части относятся и задания № 12 и 15.

Третья часть заданий направлена на развитие перцептивных умений: восприятие глубины пространства, чтение чертежа, перенос точки наблюдения. К ним относятся задания № 8, 9, 10, 11, 13 и 14 и рассматривание рисунка 39 учебника с неоднозначными фигурами.

Учащиеся, объясняя, что они видят на рисунках 36, 37 и 39 учебника, должны использовать слова «ближе», «дальше», «выпуклость», «вогнутость», «левее», «правее». При этом у учащихся формируются коммуникативные умения. На рисунках 37 и 39 учебника даны так называемые неоднозначные объекты, которые могут быть названы и охарактеризованы по-разному. Важно выслушать все различные мнения и обсудить их. Часто рисунку (например, рис. 39, *в* учебника) дают только два объяснения: стоящий в углу куб и параллелепипед (брусок), у которого вырезан «уголок», а третья трактовка — параллелепипед с приставленным к нему снаружи кубом — приходит с трудом. Не следует торопить учеников, ведь наблюдательность развита у всех по-разному.

При решении задач № 9 и 14 потребуется проявить конструктивные способности.

Напоминаем учителю, что нельзя торопить ученика с решением и сразу давать подсказки: у каждого ученика свой темп и способ решения, а потому необходимо стремиться к максимальной индивидуализации работы с учениками, уменьшая долю фронтальной работы на уроке.

Указания к решению задач учебника

3. В задании нужно из предложенных рисунков выбрать те, которые являются развертками куба.

4. Необходимо расставить обозначения граней куба в соответствии с уже отмеченными.

5. Задание на сопоставление развертки куба и его изображения.

6. По развертке куба и нанесенным на нее числам требуется посчитать сумму чисел на противоположных гранях куба, т. е. сначала определить, какие грани являются противоположными.

7. В этой задаче необходимо, имея изображение куба и зная числа на трех его гранях, соотнести это изображение с данной разверткой и установить соответствие между числами на гранях куба, числами на развертке и требованием задачи, чтобы сумма чисел на противоположных гранях равнялась семи.

8. Задание, в котором нужно изобразить куб в различных ракурсах: слева снизу, справа сверху, справа снизу, — помогает не только в чтении чертежа, но и в его выполнении, когда нужно выбрать удобное для решения изображение многогранника в соответствии с требованием задачи. В старшей школе при изучении стереометрии это умение будет необходимо для решения задач со сложными конструкциями. Выполняя задание, полезно сначала выяснить, какая из вершин куба (его «уголок») будет находиться ближе к наблюдателю, затем обвести сплошной линией три выходящих из нее ребра, потом выяснить, какие грани видны полностью — их обвести сплошной линией, и, наконец, дорисовать пунктиром невидимые ребра куба.

9. В задаче требуется измерить (именно измерить, а не вычислить) диагональ не пустого куба. Чтобы направить мысль решающего в нужное русло, можно задать наводящие вопросы, например: «Что мешает произвести непосредственное измерение?» (Кубик не пустой.) «Как можно расположить кубики, чтобы между ними образовалось пустое пространство, имеющее нечто общее с кубиком?» Эти и другие вопросы помогают ученикам додуматься до необходимости сдвига (переноса) куба.

12. В задании требуется из полоски бумаги размером 1×7 сложить единичный куб. Решая задачу, школьник должен сообразить, что полоску необходимо перегнуть по некоторым линиям, чтобы получить верхнее и нижнее основания. К такому решению приводит также подсчет количества квадратов, необходимых для складывания куба. Полоска содержит 7 квадратов, нужно всего 6 квадратов, значит, один квадрат оказывается где-то внутри после сворачивания полоски. Но внутри оказывается не целый квадрат, а половины двух квадратов, которые нужно согнуть по диагонали.

13. Проверку решения задачи хорошо бы осуществить экспериментально, т. е. осветить модель куба направленным пучком света и, поворачивая куб, добиться требуемого в задаче результата.

14. В задаче не обязательно получать минимальный ответ. Даже если ученик «распиливает» куб последовательно по частям — каждую отдельно — и дает верный

для данного способа ответ, задача считается решенной. Конечно, следует предложить найти минимальное число распилов, при этом предупредив, что отпиленные части можно как угодно перекладывать.

15. В задаче требуется найти кратчайшее расстояние по поверхности куба между его противоположными вершинами. Фактически это стереометрическая задача, решаемая методом развертки. Ответом учеников на вопрос задачи чаще всего является неверное решение, когда кратчайшим путем считают ломаную, состоящую из ребра куба и диагонали грани. Ошибочность решения демонстрируется с помощью развертки куба: на ней отмечаются места расположения паука и мухи и проводится отрезок прямой, соединяющей эти точки. Учащиеся видят, что верным решением является путь, проходящий через середину ребра куба. Можно продолжить задачу и выяснить, сколько существует различных кратчайших путей.

◇ § 6. ЗАДАЧИ НА РАЗРЕЗАНИЕ И СКЛАДЫВАНИЕ ФИГУР (1 ч)

Основное понятие: равенство фигур.

Предметные результаты: изображать равные фигуры и обосновывать их равенство; конструировать заданные фигуры из плоских геометрических фигур; создавать и манипулировать образом: расчленять, вращать, совмещать, накладывать.

Метапредметные результаты: развитие образного мышления, конструкторских способностей, умения предвосхитить результат, формирование коммуникативных умений.

Личностные результаты: развитие познавательной активности; привитие вкуса к умственной работе.

Внутрипредметные и межпредметные связи: планиметрия (равенство фигур, симметрия, площадь, равновеликость и равносоставленность), геометрическая комбинаторика, черчение, технология.

Комментарии. Материал параграфа относится к разделу комбинаторной геометрии. Он логически разделен на две части.

Первая часть — задачи на разрезание фигур. Цель решающего — разрезать указанную фигуру на две или несколько равных частей. Часто для упрощения эту фигуру делят на клетки. В этих задачах неявно вводится понятие равенства фигур (равными называются фигуры, совпадающие при наложении). Это определение используется и для проверки равенства полученных фигур.

Учитель начинает с наиболее простой задачи — разрезать квадрат 4×4 клетки на две равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам клеток. Простейшее разрезание может найти каждый: пополам на два прямоугольника 4×2. Затем учитель может показать процесс поиска других способов: полученную линию разреза как бы растянуть, изламывая вправо-влево относительно этой линии. Инстинктивно ученики должны почувствовать необходимость симметрии относительно центра квадрата: в таком случае равные половинки — квадраты — будут «вдвинуты» друг в друга.

При разрезании фигур в задачах № 2 и 3 (рис. 40, *б* и 41 учебника) можно использовать и прием подсчета целых клеточек и их половинок. Но следует предостеречь учеников от ошибочного мнения о том, что равными являются те фигуры, у которых равны площади. Нельзя забывать и о форме!

Вторая часть параграфа отдана игре «Пентамино». Подробнее о ней учитель может узнать из книг «Полимино» С. Голомба (М.: Мир, 1975) и «Математические головоломки и развлечения» М. Гарднера (М.: АСТ, 2010).

Задачи с игрой «Полимино» хотя и просты по форме, но их решение требует некоторого навыка: общих приемов составления фигур из «Полимино» практически нет. Учитель может начать работу с составления фигурок игры «Пентамино» — фигурок, состоящих из пяти квадратов, различным способом составленных друг с другом по целым сторонам клеток. Таких фигур получится ровно 12 (рис. 42 учебника). Эту работу можно было выполнить на предыдущем уроке по теме «Куб и его свойства», а *на дом* дать задание изготовить игру «Пентамино» из плотной бумаги, одинаково окрашенной с обеих сторон (при выполнении заданий фигурки можно переворачивать наизнанку, и, чтобы не отвле-

кать учеников, лицевая и изнаночная стороны не должны отличаться по цвету).

Упражнения с игрой «Пентамино» можно упростить, давая такие *задания*:

а) сложить из двух пар фигур «Пентамино» одинаковые фигурки;

б) сложить две фигурки, одна из которых имеет вдвое большие линейные размеры, чем другая (можно просто сказать «вдвое больше»).

Затем переходить к более сложным заданиям.

◇ § 7. ТРЕУГОЛЬНИК (1 ч)

Основные понятия: треугольник, многоугольник, сторона, вершина, угол многоугольника; виды треугольников; пирамида, тетраэдр; понятие жесткости многогранников.

Предметные результаты: вычерчивать треугольник заданного вида, строить треугольник по двум сторонам и углу между ними, по стороне и прилежащим к ней углам, по трем сторонам с использованием чертежных инструментов; изготавливать развертки многогранника; создавать образ и манипулировать им.

Метапредметные результаты: формирование исследовательских умений, развитие конструктивных способностей, формирование логических умений: высказывание гипотезы на основании индуктивных рассуждений; выполнение творческого задания — рисование невозможного объекта, восприятие глубины пространства.

Личностные результаты: воспитание аккуратности, трудолюбия, настойчивости.

Внутрипредметные и межпредметные связи: систематический курс геометрии.

Комментарии. Материал параграфа обладает большой учебной емкостью. Он включает знания и умения, относящиеся к базовым в геометрии, поэтому необходимо добиться максимально возможного усвоения этого учебного материала. Содержание параграфа подобрано таким образом, что учитель может, используя его, создать поло-

жительные мотивы изучения, заинтересовав учащихся, и организовать деятельность с учетом их психологических особенностей (смена различных видов деятельности).

Содержание параграфа делится на три смысловые части. В *первой части* выясняется, что такое многоугольник, треугольник, рассматриваются виды треугольников и вопрос о сумме углов в треугольниках; демонстрируется флексагон (изгибаемый многогранник). *Вторая часть* — работа с тетраэдром. *Третья часть* включает построение треугольника по трем заданным элементам с помощью чертежных инструментов.

Урок можно начать с показа ученикам флексагона, окрашенного в три цвета (тригексафлексагон). Процесс его изготовления показан на рисунке 55 учебника. Эта геометрическая фигура вызывает удивление и подлинный восторг у учащихся: на их глазах «плоский» шестиугольник, имеющий красную и синюю стороны (лицевая и изнаночная стороны), превращается в шестиугольник с синей и зеленой сторонами, а затем с зеленой и красной. Это настоящий фокус! Как самим сделать такую игрушку?

Учитель разворачивает флексагон, и ученики замечают, что развертка фигуры представляет собой десять треугольников, уложенных в полоску. Какие это треугольники? И что значит «треугольники»? Ответам на эти вопросы необходимо выделить время. Таким образом, можно создать положительный мотив учения.

Треугольник относится к семейству многоугольников. Рассматривая с учениками слово «многоугольник», учитель выделяет две части, указывающие на основные признаки этой фигуры. Но указания на то, что у фигуры много углов, еще недостаточно для определения многоугольника. Рисунки 44, 45 и 46 учебника показывают отличие многоугольников от фигур, таковыми не являющихся. Находя сходства и различия фигур, ученики под руководством учителя формулируют, что многоугольником является фигура, ограниченная замкнутой ломаной линией, звенья которой не пересекают друг друга. Это определение должно быть понятно ученикам настолько, чтобы они могли на рисунке узнать многоугольник; требовать же воспроизведения определения не следует.

Аналогично выяснение сходства и различия многоугольников на рисунках 44, *а*, *б* и 45, *а*, *б* учебника должно подвести учеников к понятию выпуклого многоугольника и к способу выяснения выпуклости многоугольника. Если многоугольник лежит по одну сторону от прямой, проведенной через каждую его сторону, то он выпуклый (его можно поставить вертикально, чтобы он касался поверхности стороной).

Затем переходят к простейшему многоугольнику — треугольнику и классификации треугольников по наличию равных сторон и по величинам его углов. Классификацию сопровождают рассмотрением моделей треугольников или рисунков. Важно, чтобы учащиеся поняли, что классификация (или разделение на группы) проводится по какому-то заранее определенному признаку, и что каждый треугольник может быть отнесен к нескольким группам, например, быть равнобедренным и прямоугольным, равносторонним и остроугольным и т. п. в зависимости от признака, по которому осуществляется разделение на классы. Закреплением этого материала является выполнение задания по нахождению треугольников заданного вида (рис. 48 учебника). Это задание можно выполнять и на глаз, и с использованием измерительных инструментов. Формированию изобразительно-графических навыков способствует выполнение задания № 2 по изображению треугольников. Учитель может показать ученикам практические приемы изображения различных видов треугольников на клетчатой бумаге, не останавливаясь на объяснениях, так как свойств этих фигур ученики еще не знают. Урок завершается выполнением задания на составление паркета из равных треугольников. Подсказкой к решению этой задачи может служить рассмотренная в начале урока развертка флексагона. Основная идея состоит в том, что два равных треугольника образуют параллелограмм, а параллелограмм укладывается в полоску. Затем эти одинаковые полосы покрывают всю плоскость. Возможность построения паркета из равных треугольников объясняется тем, что сумма углов треугольника равна 180°, т. е. три угла треугольника составляют развернутый угол — так получаются полосы. Составление паркета позволяет ученикам сделать и обратный вывод о сумме

углов треугольника. Если эта работа для ученика сложна, ее можно заменить выполнением задания № 1 по измерению углов и суммированию результатов. Это задание можно дать на дом в виде *практической работы* с оформлением результатов в таблице. Обсуждение результатов приводит к гипотезе о сумме углов треугольника. Учитель обращает внимание учеников на этот важный вывод, предлагает этот факт использовать при ответе на вопросы заданий № 1 (б) о существовании треугольника с двумя прямыми углами, № 1 (в) о существовании треугольника, все углы которого больше 70°, № 1 (г) о существовании треугольника, все углы которого меньше 50°. Обоснования ответов, предлагаемые учениками, являются простейшими геометрическими дедуктивными рассуждениями, к которым можно подводить школьников уже в 5 классе.

Задачу № 3 можно предложить учащимся решить дома, где они могут экспериментировать и с рисунками, и с треугольниками, вырезанными из бумаги. На уроке времени на эту задачу может не хватить.

Вторая часть полностью посвящена практическому изучению тетраэдра. Перейти от треугольников к пирамидам можно после выполнения задачи № 4 на разбиение шестиугольника на треугольники и составления различных многоугольников из треугольников на плоскости. От плоскости переходят к пространству: ученикам предлагается к сторонам правильного треугольника, лежащего на столе, приставить три таких же треугольника с общей вершиной. Ученики получают тетраэдр.

После объяснения термина «пирамида» учитель организует *исследовательскую деятельность* учащихся, аналогичную работе по выяснению свойств куба (см. § 5).

Интересны задачи № 5 и 6 на перекатывание правильного тетраэдра.

В задаче № 5 дан тетраэдр, грани которого окрашены в разные цвета, и его «след», оставленный после перекатывания. «След» не закрашен, известны лишь цвета первого и второго треугольников «следа». Нужно определить цвет последнего треугольника.

В задаче № 6 такой же тетраэдр, совершая некоторый путь перекатыванием, возвращается в исходное положение. Надо определить, вернется ли он на грань

того же цвета, с которой начинал движение, и постараться объяснить результат.

Данные номера являются яркими задачами, предполагающими многоуровневое решение в соответствии со способом мышления, характерным для этого возраста. Они могут быть решены на уровне предметной деятельности, когда ученик находит ответ в результате непосредственного перекатывания тетраэдра. Они могут быть также решены в уме, и тогда все операции по перекатыванию производятся мысленно. «Логикам» можно предложить способ решения, основанный на кодировании вершин тетраэдра числами 1, 2, 3, 4: если закодировать каждую вершину, то соответствующие коды можно будет расставить у вершин треугольников следа. Расставленные цифры на траектории движения тетраэдра покажут цвет последней грани. Этот способ решения полезно показать и всем остальным ученикам, так как в дальнейшем он будет использоваться при решении комбинаторных геометрических задач.

Затем провести работу на построение развертки тригексафлексагона. Лучше раздать ученикам трафарет — вырезанный из картона правильный треугольник, так как развертка должна быть выполнена очень аккуратно, от этого зависит складывание флексагона. Необходимо обратить внимание учащихся на важность соблюдения последовательности раскраски треугольников на развертке флексагона, особенно на изнаночной стороне. Чтобы последовательность не была нарушена, переворачивать наизнанку окрашенную с лицевой стороны полосу нужно строго в соответствии с рисунком, соблюдая ориентацию полосы.

Ученикам, заинтересовавшимся изготовлением этих многогранников, можно показать, как строятся развертки гексафлексагона с шестью «сторонами», т. е. раскрашенного в шесть различных цветов, и порекомендовать книгу М. Гарднера «Математические головоломки и развлечения» (М.: АСТ, 2010), в которой показано построение разверток флексагонов и с другим количеством сторон.

Третья часть посвящена рассмотрению задач на построение треугольника по двум сторонам и углу между ними, по стороне и прилежащим к ней углам и по трем

сторонам. Попутно из практики ученики получают неравенство треугольника как условие построения треугольника по трем сторонам.

В этом параграфе продолжается рассмотрение невозможных фигур. Это треугольник Пенроуза. Ученикам можно дать на дом задание придумать и нарисовать свой невозможный объект. Так как это творческое задание, оно выполняется учениками по желанию. На следующем уроке учитель может показать какой-нибудь из невозможных объектов, придуманных учениками.

◇ § 8. ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ (2 ч)

Основные понятия: тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр, икосаэдр, формула Эйлера.

Предметные результаты: различать и называть правильные многогранники; вычислять по формуле Эйлера; изготавливать некоторые правильные многогранники из их разверток.

Метапредметные результаты: развитие конструктивных способностей, пространственных представлений, воображения, формирование приемов исследовательской деятельности и коммуникативных умений.

Личностные результаты: эстетическое восприятие геометрии, воспитание уважения к ученым, гордости за отечественную науку.

Внутрипредметные и межпредметные связи: стереометрия (многогранники, правильные многогранники), черчение.

Комментарии. Предполагается, что эта тема последняя в первом полугодии 5 класса, она рассматривается накануне Нового года, и уроку следует придать волшебную, праздничную окраску. Начав с демонстрации моделей пяти правильных многогранников и рассказа о приписываемых им в древности магических свойствах, учитель может перейти к их свойствам: теореме Эйлера и двойственности многогранников. Теорема Эйлера достаточно наглядна, надо лишь заполнить таблицу, подсчитав число вершин, граней и ребер каждого многогранника. Иллюстрация же двойственности ме-

нее наглядна, а потому требует изготовления специальных пособий. Так, если модели платоновых тел изготовлены из прозрачного материала, центры граней можно соединить цветными нитями, которые будут ребрами соответствующего двойственного многогранника. Объяснение можно провести, сопоставив число вершин и граней куба и октаэдра, додекаэдра и икосаэдра и сравнив число вершин и граней тетраэдра.

Основная нагрузка урока приходится на изготовление разверток правильных многогранников. Лучше раздать ученикам заготовки — правильные треугольники, квадраты и правильные пятиугольники. Цель учащихся — нарисовать (начертить) с помощью заготовок развертки многогранников, наметить клапаны для склеивания и склеить свои елочные игрушки. Работа достаточно утомительная, трудоемкая, требующая большого напряжения и аккуратности, а потому не следует торопить учеников с выполнением заданий (их можно закончить дома с родителями).

◇ § 9. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ГОЛОВОЛОМКИ (1 ч)

Предметные результаты: конструировать заданные фигуры из плоских геометрических фигур; создавать и манипулировать образом при переходе от предметной деятельности к работе в уме.

Метапредметные результаты: развитие познавательной активности.

Внутрипредметные и межпредметные связи: планиметрия (понятие площади); геометрическая комбинаторика.

Комментарии. Одной из особенностей наглядной геометрии является занимательность. Увлеченный игрой ученик развивает свои способности, увлеченный геометрическими головоломками развивает геометрическую интуицию, геометрическое зрение, пространственное мышление. Формирование и развитие этих свойств мышления — основная задача параграфа.

Начиная с уже знакомых по постановке задач на разрезание, учащиеся под руководством учителя изготавливают новую игру-головоломку «Танграм» и переходят

к складыванию фигурок (рис. 66 учебника). Возможно, у отдельных учащихся это задание вызовет затруднения. В таком случае учитель может начать с анализа складываемой фигурки. Из каких частей она состоит? Какие элементы фигурки сразу можно узнать среди семи частей игры «Танграм»? Какие элементы остаются? Как их можно составить из оставшихся частей головоломки? Когда фигурка сложена, полезно еще раз проверить правильность выполнения задания. Так ли ориентированы фигурки? Пропорциональны ли элементы?

В ходе преподавания было замечено, что некоторым учащимся легче было работать не с самими фигурками игры «Танграм», складывая из них картинки, а с карандашом — разделяя готовую картинку на составные элементы. Видимо, в этом проявляется большая склонность ученика к анализу, нежели к синтезу, и этому не следует препятствовать.

После выполнения основных заданий параграфа учитель может предложить более творческую работу — придумать картинки, которые складываются из всех семи частей игры. Эту работу легче выполнить, если имеется больше частей, как, например, в головоломке «Стомахион». Изготовление ее и придумывание картинок можно дать ученикам на дом. Возможно, игрой увлекутся и взрослые, тогда геометрия станет любимым семейным развлечением.

Среди заданий параграфа есть одно, как бы перекидывающее мостик к следующей очень важной и сложной теме «Измерение». Это задание № 8. Требуется найти площади всех частей игры «Танграм», если сторона клетки равна 1 (рис. 66 учебника). Решение можно осуществить простым подсчетом целых клеток и их частей-половинок, четвертей, восьмушек. Это задание прекрасно иллюстрирует дроби и сложение дробей — основной материал курса математики 5 класса, а потому учителю лучше не торопиться, выполняя его вместе с учащимися, стремясь к тому, чтобы оно было понято и выполнено всем классом без исключения.

Работу с игрой «Танграм» можно периодически возобновлять, давая ученикам новые задания или на дом, или в качестве разминки на уроке.

◇ § 10. ИЗМЕРЕНИЕ ДЛИНЫ (1 ч)

Основные понятия: величина, измерение величины, единицы измерения длины; точность измерения; способы измерения.

Предметные результаты: измерять длину линейкой, измерять длину кривой линии, переводить одни единицы длины в другие; вычислять значения выражений, находить точность измерения прибора.

Метапредметные результаты: установление причинно-следственных связей.

Личностные результаты: установление связи математики с жизнью; развитие познавательной активности.

Внутрипредметные и межпредметные связи: планиметрия (измерение геометрических величин: длины), география, технология.

Комментарии. Вопросы измерения и вычисления длины, величины угла, площади и объема традиционно считаются центральными в *пропедевтическом* курсе геометрии. Результатом их рассмотрения в 5—6 классах должно стать свободное владение измерительными инструментами, понимание смысла этих понятий, а также того, что результат может быть получен с некоторой точностью, зависящей от измерительных инструментов. Учащиеся должны также овладеть некоторыми практическими приемами измерения, например, площади криволинейной фигуры с помощью палетки, объема полого тела с помощью банки известной емкости и т. п.

Урок начинается с выяснения смысла измерения как сравнения с некоторым эталоном. Доступен и ярок пример измерения из мультфильма Э. Успенского «Тридцать восемь попугаев». На нем можно показать произвольность выбора единицы измерения и, ответив на вопрос: «Верно ли мнение Удава, что в Попугаях он длиннее, чем в слонах?» — подойти к важнейшему *выводу*: величина объекта измерения (длина, площадь и т. п.) не изменяется, в каких бы единицах ни измеряли.

Второй важный *вывод*: отношение длин двух отрезков (равно как и других величин) есть число, которое не зависит от единицы измерения. Ученики должны

его понять и запомнить. На этих свойствах основано правило перехода от одних единиц измерения к другим, которое наглядно иллюстрируется задачей № 1, которая посвящена единице измерения длины, названной «ялим».

С целью общекультурного развития учащихся в параграфе даны в ознакомительном плане различные меры длины, употреблявшиеся в прошлом и используемые в наши дни в разных странах. Нам представляется, что это весьма полезный материал, ведь часто в литературе и в повседневной жизни мы сталкиваемся с ними и подчас не можем даже приблизительно сказать, сколько это составляет метров, много это или мало. Для сравнения этих единиц длины предлагается выполнить задание № 2. Урок завершается беседой об измерении длин кривых линий. Рассматриваются два практических способа, которые можно условно назвать «спрямлением» и «разбиением на отрезки». Эти способы в дальнейшем пригодятся учащимся при изучении длины окружности.

На дом можно дать ученикам задание № 3, которое требует работы с литературой, и его выполнение может занять много времени. Учитель также может предложить ученикам написать на альбомных листах и проиллюстрировать картинкой найденные пословицы, а затем организовать выставку.

Указания к решению задач учебника

1. Задачу можно решить пропорцией:

10,8 км — 8,1 ялима,
x км — 3,6 ялима,

откуда $x = (10{,}8 \cdot 3{,}6) : 8{,}1 = 4{,}8$ (км). Ответ: 4,8 км.

Учащиеся 5 класса, незнакомые с пропорциями, могут решать задачу по вопросам:

1) Сколько километров составляет 1 ялим?

$10{,}8 : 8{,}1 = \frac{4}{3}$ (км).

2) Сколько километров до реки (сколько километров составляет 3,6 ялима)?

$\frac{4}{3} \cdot 3{,}6 = 4{,}8$ (км). Ответ: 4,8 км.

2. В задаче требуется записать все известные единицы длины в порядке возрастания. Нет необходимости проводить точные вычисления, достаточно прикидки, что тоже весьма полезно для формирования вычислительной культуры.

◇ § 11. ИЗМЕРЕНИЕ ПЛОЩАДИ И ОБЪЕМА (2 ч)

Основные понятия: единицы измерения, измерение площади палеткой; измерение углов, единицы измерения углов.

Предметные результаты: измерять палеткой, мерным стаканом, транспортиром; применять нестандартные приемы измерения площади и объема, переводить единицы длины, площади и объема из одних в другие.

Метапредметные результаты: придумывание нестандартных способов измерения величин на практике.

Личностные результаты: формирование познавательной активности, интереса к геометрии.

Внутрипредметные и межпредметные связи: планиметрия (измерение величин, площадь, объем, мера угла), география.

Комментарии. По структуре и содержанию данный параграф является продолжением § 10: в нем также рассматриваются пока лишь вопросы *измерения*, но не затрагиваются *вычисления* длин, площадей и объемов. Главное для учителя — добиться понимания смысла измерения, выбора единицы измерения и аналогии с измерением длины. Выход на двойные неравенства имеет вопрос измерения площади кривой фигуры, в которой не укладывается целое число клеток, она заключена между двумя результатами измерения площади. Отсюда ясна необходимость дробления квадратной единицы на более мелкие: квадратные метры на квадратные сантиметры, квадратные сантиметры на квадратные миллиметры и т. д.

Учитель при объяснении правила перевода одних квадратных (кубических) единиц в другие может встретиться с непониманием учащимися того, что, например, 1 см = 10 мм, а 1 см^2 = 100 мм^2 и 1 см^3 = 1000 мм^3. Воз-

можно, в преодолении этой трудности поможет напоминание учащимся, что при нахождении площади квадрата перемножают его длину и ширину, а при нахождении объема куба надо перемножить длину, ширину и высоту, которые равны между собой. Задание № 1 на перевод одних единиц измерения в другие позволит ученикам потренироваться в таком переводе. Особенно хороши задания на перевод квадратной версты в квадратные аршины и т. п., так как именно при их выполнении необходимо понимание смысла действия. Пониманию может способствовать работа с таблицами перевода единиц измерения длины и площади, т. е. запись величин в эти таблицы.

1) Записать следующие величины в таблицу.

52 м = 5200 см (дописываем нули до разряда сантиметров);

52 см = 0,00052 км (приписываем нули спереди до разряда километров).

Километры	**Метры**			**Дециметры**	**Сантиметры**
Единицы	**Сотни**	**Десятки**	**Единицы**	**Единицы**	**Единицы**
		5	2	0	0
0,	0	0	0	5	2

2) Записать следующие величины в таблицу.

5 а = 50 000 дм^2; 36 см^2 = 0,00000036 га.

Гектары		**Ары**		**Квадратные метры**		**Квадратные дециметры**		**Квадратные сантиметры**		**Квадратные миллиметры**	
га		а		м^2		дм^2		см^2		мм^2	
Дес.	**Ед.**	**Дес.**	**Ед.**	**Дес.**	**Ед.**	**Дес.**	**Ед.**	**Дес.**	**Ед.**	**Дес.**	**Ед.**
			5	0	0	0	0				
	0,	0	0	0	0	0	0	3	6		

Рассуждения о выборе единицы измерения продолжаются. Почему выбрали «квадратный сантиметр»,

а не «треугольный»? Можно ли в принципе пользоваться «треугольным сантиметром»? Ответ на этот вопрос могут дать сами учащиеся, вспомнив решение задачи о покрытии плоскости равными треугольниками. Задача № 2, в которой требуется определить количество «треугольных» сантиметров в треугольнике со стороной 7 см, использует результат этого покрытия. Разделив каждую сторону треугольника на 7 равных частей и соединив соответствующие точки, ученики подсчитывают количество маленьких равных треугольников, получившихся при этом. Их оказывается $7 \cdot 7 = 49$. Аналогичный результат был бы получен при разбиении квадрата со стороной 7 см на сантиметровые квадраты.

Используя результат задачи № 2, можно составить задачи на разрезание:

1) разрезать треугольник на n равных треугольников, если n является квадратом натурального числа (например, на 16, 25 и т. д.);

2) разрезать правильный треугольник на 12 равных треугольников. Ее решение предостережет учащихся от создания стереотипа в решении подобных задач.

От задачи на разрезание треугольника легко перейти к разрезанию треугольной пирамиды, пространственного аналога треугольника, при этом учащиеся должны видеть, что не всегда свойства плоской фигуры дают основания для выполнения аналогичных свойств в пространстве: отрезание «уголков» от пирамиды плоскостями (разрезами), проходящими через середины ребер, не приводит к возникновению четырех равных пирамид. Возможно поэтому «треугольный сантиметр» для измерения площадей и объемов неприменим.

Как и при измерении длин, здесь рассматриваются практические приемы измерения площадей и объемов, а также измерение величин не свойственными им единицами измерения. Это приближает наглядную геометрию к повседневной жизни и еще раз показывает ее необходимость. Отыскание способов измерения толщины бумажного листа, вместимости чайной ложки и др. (задание № 4) развивает конструктивные способности учащихся, изобретательность, умение находить остроумные, нетрадиционные решения проблемы.

◇ § 12. ВЫЧИСЛЕНИЕ ДЛИНЫ, ПЛОЩАДИ И ОБЪЕМА (2 ч)

Основные понятия: геометрическая фигура, свойства геометрических фигур; равенство, равновеликость и равносоставленность фигур; увеличение площади и объема фигур в зависимости от увеличения линейных размеров с сохранением формы.

Предметные результаты: вычислять площади прямоугольника (квадрата) по формуле; вычислять объем прямоугольного параллелепипеда (куба) по формуле; выражать одни единицы площади и объема через другие; мысленно переносить точку наблюдения, манипулировать образом.

Метапредметные результаты: индуктивное получение свойств геометрических фигур, выдвижение гипотез; развитие конструктивных способностей, пространственного зрения, логического мышления и коммуникативных умений.

Личностные результаты: развитие познавательной активности, желания выполнять геометрические упражнения и решать задачи.

Внутрипредметные и межпредметные связи: планиметрия (подобие, измерение величин: длина, площадь, объем).

Комментарии. Параграф завершает изучение вопросов измерения. В нем обобщаются сведения предыдущих уроков по этой теме, полученные индуктивно, и формулируются основные свойства меры. Также вводятся понятия равновеликости и равносоставленности. Утверждается, что всегда можно перекроить один многоугольник в другой такой же площади и что аналогичное свойство для многогранников не выполняется. Эквивалентность равновеликости и равносоставленности для многоугольников очень важна в геометрии: на этом свойстве основаны выводы формул площадей многоугольников, происходит перекраивание одной фигуры в другую.

К общим свойствам площади и объема учащиеся подходят в результате решения задач № 1—11. Термины, которыми оперируют школьники при их решении, — это в основном «форма» и «размер».

Задания на измерение длины, площади и объема заканчиваются задачей № 12. После выполнения этого задания учитель переходит к обобщению полученных свойств и формулирует их.

Серию практических приемов измерения продолжает задача № 13.

Указания к решению задач учебника

1. Задание на увеличение линии в 2 раза с сохранением формы. Учащиеся должны удвоить каждое звено линии, сохраняя «направление». Работа на клетчатой бумаге облегчает выполнение задания. Учитель обращает внимание на необходимость учета именно направления каждого звена, что в дальнейшем пригодится при изучении подобия (сохранение направления позволяет сохранить углы). С удвоением ломаной ученики не испытывают затруднений. Вторая же часть задания сложнее, так как линия имеет звенья, являющиеся дугами окружностей. Здесь учитель должен показать прием удвоения дуги. Надо удвоить радиус окружности ($l = 2\pi r$, а значит, $2l = 2\pi 2r$).

2, 3. Задания практического характера. Ученикам нужно нарисовать фигуру на клетчатой бумаге и найти ее площадь (объем) путем подсчета. Сравнение результатов подводит к *выводу*: увеличение линейных размеров фигуры в n раз дает увеличение площади в $n \cdot n = n^2$ раз, а объема — в $n \cdot n \cdot n = n^3$ раз. Полезно вспомнить таблицу перевода единиц измерения и еще раз объяснить ученикам появление или удаление нулей при переводе единиц измерения площади и объема.

4. В задании требуется найти площадь квадрата, нарисованного на клетчатой бумаге так, что его стороны расположены не по сторонам клеток.

5. В задании, которое аналогично № 4, требуется начертить на клетчатой бумаге квадраты определенной площади, причем решение во многих случаях возможно именно при расположении сторон квадратов не вдоль сторон клеток. Выполнение заданий № 4 и 5 основывается на том, что диагональ прямоугольника делит его на две равные части, т. е. если известно, что площадь прямоугольника равна $2 \cdot 3 = 6$ клеток, то площадь тре-

угольника, полученного проведением диагонали, равна $6 : 2 = 3$ клеткам. В качестве подготовительных упражнений можно порекомендовать вычерчивание треугольников площадью 0,5 клетки, 1 клетка, 1,5 клетки и т. д., т. е. тех треугольников, которые понадобятся при вычерчивании квадрата заданной площади. Задание № 5 можно также выполнять и в систематическом курсе геометрии при изучении теоремы Пифагора.

9, 10, 11. Задачи решаются одним методом — методом разрезания и достраивания (перекладывания отрезанных частей). Суть его в том, что фигуры перекраиваются в равные, откуда заключаем, что их площади равны. Выполнение этих заданий можно считать пропедевтикой вывода формул площадей многоугольников, где применяется тот же прием. Решение на клетчатой бумаге очень облегчает работу: на ней хорошо видны равные отрезки, параллельные прямые, по узлам можно построить равную фигуру и т. д.

12. В задании требуется подсчитать объемы изображенных на рисунке тел, составленных из единичных кубиков.

13. Задача на измерение высоты дерева с помощью лужи. Недостающее знание для учащихся при решении этой задачи — равенство углов падения и отражения луча света от плоской зеркальной поверхности. Это может рассказать учитель. Таким образом, данное вычисление основано на подобии треугольников, образующихся при отражении дерева в луже. Конечно, полного обоснования этого приема пока не нужно давать ученикам, но если они запомнят прием, это знание сработает при изучении подобия в систематическом курсе геометрии.

14. Задание на нахождение площади фигуры, разбиваемой на прямоугольники, — стандартное, обязательное для выполнения всеми учениками. Прием его выполнения состоит в сведении площади искомой фигуры к сумме площадей прямоугольников. Для этого фигуру надо разделить на прямоугольники или их половинки, что учениками выполняется без затруднений после решения более сложных задач № 9—11.

15. Задачу можно сформулировать в более общем виде, взяв вместо конкретных чисел 3 и 4 некоторые буквенные обозначения m и n. Тогда после соответствую-

щего разрезания и перекладывания ограниченная фигура будет по площади больше исходной на $(m - n)^2$ квадратных единиц.

◇ § 13. ОКРУЖНОСТЬ (1 ч)

Основные понятия: окружность, круг, радиус, диаметр, дуга, градусная мера дуги, вписанные фигуры.

Предметные результаты: строить окружность с помощью циркуля и от руки, делить окружность на равные части, изображать правильные многоугольники, вписанные в окружность; пользоваться транспортиром, создавать образ по памяти и манипулировать им: вращать, расчленять, достраивать.

Метапредметные результаты: приобретение опыта исследовательской работы, развитие логических умений: выделение существенных признаков понятия, формулирование определений, применение приемов абстрагирования, обобщения.

Личностные результаты: развитие наблюдательности, умения видеть геометрию окружающего мира: развитие познавательной активности, общекультурное развитие учащихся, эстетическое воспитание.

Внутрипредметные и межпредметные связи: планиметрия (окружность, дуга окружности и измерение дуги, вписанные и описанные фигуры).

Комментарии. Окружность и треугольник составляют основу планиметрии, поэтому данный параграф можно считать одним из основных в пропедевтическом курсе геометрии. Основная цель изучения — понять, а не просто формально запомнить определение окружности, увидеть ее основное свойство и научиться его использовать, научиться делить окружность на равные части с использованием транспортира и циркуля. Кроме того, учащиеся приобретают чертежные навыки работы с циркулем, рисуя орнаменты.

Начать можно с *логического упражнения* в конструировании различных определений. Определяя различные понятия, не обязательно математические, ученики под руководством учителя подходят к пониманию определения как предложения, в котором перечисляются

основные свойства данного понятия, позволяющие отличить его от остальных понятий. Чтобы их перечислить, эти свойства должны быть сначала обнаружены.

— Чем отличается треугольник от других фигур? (Тем, что он состоит из трех точек, не лежащих на одной прямой, и трех отрезков, соединяющих эти точки.)

— Чем отличается окружность?

— Как определить это понятие?

Учитель может использовать простую модель, состоящую из круга, закрепленного в центре и вращающегося вокруг него на плоскости. Круг обведен яркой краской. На окружности отмечена какая-либо точка. При вращении круга видно, что эта точка скользит по нарисованной окружности. Значит, окружность — это линия, которая «скользит» сама по себе, вращаясь вокруг центра.

Можно провести радиус круга, соединяющий эту точку с центром, и выяснить с учениками, на каком расстоянии выбранная точка находится от центра круга. Аналогичная модель делается и с правильным треугольником, закрепленным в центре. Ученики замечают разницу: в треугольнике выбранная точка скользит не по контуру треугольника, а по некоторой окружности. Сравнив расстояния от различных точек окружности до центра и расстояния от различных точек треугольника до центра, приходим к определению *окружности*.

Окружность — это линия, все точки которой расположены на одном расстоянии от одной точки плоскости, называемой центром окружности.

Непосредственно после формулировки определения можно задать ученикам *вопросы*.

— Почему колеса делают круглыми?

— Почему для вычерчивания окружности применяют циркуль?

— Как нарисовать окружность с помощью веревочки или шнурка?

Часто школьники подменяют термин «окружность» термином «круг», не различая их. На этом следует остановиться отдельно. Мы рекомендуем и здесь использовать модель — веревочку, связанную в кольцо. Это кольцо, положенное на плоскость, ограничивает некоторую площадь, причем в зависимости от формы, которую мы придаем кольцу, эта площадь будет раз-

личной. Если кольцо принимает форму окружности, то ограниченная им фигура будет иметь наибольшую площадь, эта фигура — круг. Итак, разница окружности и круга в том, что *окружность — это линия*, ее величина характеризуется *длиной*, а *круг — плоская фигура*, характеризуется *площадью*.

Учащиеся на этом уроке также должны запомнить термины «радиус» и «диаметр». Лучшему запоминанию поможет знание школьниками перевода этих слов как «спица в колесе» и «поперечник».

Изобразительно-графические умения школьников пополняются умением от руки изображать окружность на клетчатой бумаге, что бывает часто нужно при выполнении набросков или рисунков к планиметрическим задачам. Это правило окружности можно условно назвать «3—1, 1—1, 1—3» (три вправо, одна вниз; одна вправо, одна вниз; одна вправо, три вниз).

Далее основная нагрузка приходится на деление окружности на равные части. Это очень трудоемкое занятие для пятиклассников, требующее умения работать с транспортиром и циркулем. Кроме того, ученики должны понять соответствие между градусной мерой центрального угла (угол, образованный радиусами) и мерой дуги (заключенной между его сторонами).

Затем предлагается рассмотреть в учебнике рисунки 91—94. Учитель может также применять и другие материалы, отражающие использование окружности в архитектуре и искусстве. Эти примеры должны подвести учеников к проблеме деления окружности на равные части.

Самая простая и наглядная модель окружности, разделенной на равные части, — это круглый циферблат часов и стрелки как радиусы. Сделав полный оборот, стрелка описывает угол в 360° (этого вопроса ученики уже касались при рассмотрении транспортира и градусной меры угла, и мы надеемся, что им нетрудно будет вспомнить это). Значит, треть окружности составляет 120°. Надо начертить три угла с вершиной в центре окружности по 120° каждый. Стороны этих углов разделят окружность на три равные части. Точки деления соединяем отрезками и получаем вписанный в окружность треугольник.

Далее учитель предлагает ученикам сделать необходимые расчеты для того, чтобы разделить окружность на 5, 6, 8 частей и вписать соответствующий многоугольник.

Затем учитель может объяснить ученикам способ деления окружности на 6 равных частей без транспортира. Объяснение лучше провести самому учителю, так как уровень логического мышления учащихся еще недостаточно высок для проведения доказательств подобного рода, да и приемов рассуждения учащиеся еще не знают. Конечно, требовать повторения учениками этого рассуждения не нужно. Это доказательство в данном случае играет роль примера логических рассуждений, но усвоить способ деления окружности на 6 частей они должны. Закрепить его они могут при выполнении орнамента «цветок» (рис. 96 учебника).

Предлагается выделить время для вычерчивания орнаментов одним циркулем. Ученики должны быть предупреждены заранее о том, что им понадобятся цветные карандаши, если набор цветных карандашей не используется на уроках постоянно.

По теме «Окружность» следует повторить все основные понятия, приемы вычерчивания, рассмотреть орнаменты, нарисованные учащимися. Учитель не должен забывать о необходимости наглядного раздаточного материала, о работе с ножницами при решении задач на разрезание фигур, об играх-инсценировках задач. Инсценировать можно задачи № 10—12. Для этого понадобится веревка, ее учитель приготовит заранее. Такие практические решения требуют большого простора, и их лучше проводить не в классе, а в рекреации или в другом просторном помещении.

Завершить урок можно несколькими задачами параграфа, например № 3—5. Задачи № 1 и 2 полезно решить дома.

Указания к решению задач учебника

1. При разборе задачи полезно сравнить свойства квадрата и основное свойство окружности и найти принципиальное отличие, используя определение окружности.

2. Задача требует неординарности мышления, решение очень неожиданно — сгибание круга вместе с полосой, его трудно найти с помощью логических рассуждений. Но даже если ученики не додумаются сами, решение учителя должно поразить их своей простотой и оригинальностью, а также запомниться как возможный метод решения.

3. Задача, аналогичная задачам на складывание четырех треугольников из шести спичек и шести квадратов из 12 спичек, решение которых возможно только при выходе из плоскости в пространство.

4. Задача продолжает серию «невозможных фигур».

5. Решение задачи трудно найти, если в рассуждениях использовать квадрат и пытаться разрезать его на части. Проще в предлагаемых фигурах выделять части, из которых после разрезания можно сложить квадрат со стороной 6 клеток. Полезно также внимательно рассмотреть контуры фигур и выяснить, какие части могут быть вдвинуты друг в друга после разрезания.

12. При решении задачи ученики встают в кружок (четное или нечетное число) и каждые двое соседей начинают вращаться в разные стороны после того, как будет выяснен смысл работы шестеренок. Ученики замечают разницу и дают ответ на поставленный вопрос.

13. Определенную трудность может составить решение задачи о бревнах и лежащей на них платформе. Сразу напрашивается ответ 5 м, который является неверным, так как не учитывается, что движется не только платформа, но и бревна. Платформа передвинется на 5 м относительно бревен, а бревна — на 5 м относительно земли. Таким образом, передняя часть платформы передвинется на $5 + 5 = 10$ (м). Облегчить решение задачи можно моделированием ситуации с помощью цилиндрических карандашей и плоского тяжелого пенала, положенного на них. Не забудьте на стол положить линейку и сделать соответствующие замеры!

14. При решении задачи можно использовать результат задачи № 10 о козьем пастбище, когда кольцо ошейника козы оказывается около колышка. Время в задаче играет роль веревки, ограничивающей передвижение козы.

◇ § 14. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ ТРЕНИНГ (1 ч)

Основные понятия: теорема, теорема Пифагора.

Предметные результаты: распознавать геометрические фигуры в сложных конфигурациях; целостно воспринимать объект, вычленять из чертежа отдельные элементы; создавать и манипулировать мысленным образом, обосновывать найденную закономерность.

Метапредметные результаты: развитие опыта поисковой предметной деятельности, коммуникативных умений.

Личностные результаты: развитие познавательной активности, интереса к занятиям геометрией; воспитание целеустремленности, настойчивости, смелости в принятии решения.

Внутрипредметные и межпредметные связи: планиметрия (теорема Пифагора).

Комментарии. Вслед за насыщенным новыми понятиями параграфом «Окружность» предлагается провести урок, ставящий своей основной целью развитие геометрического зрения. Среди упражнений тренинга: задание на формирование умения целостно воспринимать объект, на умение вычленять отдельные части рисунка, включать отдельный элемент рисунка в различные связи, задания, требующие манипулирования образом по памяти, создания образа воображения. Задания № 10—12 требуют от учеников работы логического характера на обоснование замеченного свойства, на сравнение, на формулировку свойств.

Среди заданий тренинга выделяются № 8 и 9, которые, кроме того что развивают геометрическое зрение, а именно прием включения объекта в различные связи и восприятие геометрической фигуры как части некоторого объекта (другой фигуры), также являются иллюстрацией приема, который можно условно назвать «кодированием точек». Он состоит в том, что точки пересечения отрезков или прямых нумеруются или называются буквами (нумерация облегчает работу, так как числа привычнее для детей, чем латинские буквы, кроме того, числами можно обозначить любое, даже большое, количество точек). Обозначив таким образом точ-

ки, можно начинать перечисление фигур указанием их вершин (например, решение № 1). Можно проводить рассуждения и другого рода, как, например, при решении задачи № 5. После изучения площадей, когда ученики разбирали вопрос о выборе единицы измерения — квадратной или треугольной — и решали задачу о делении треугольника на 4 равных треугольника, им этот способ может быть понятен.

Задачи № 10 и 12 требуют от учеников наблюдательности, а также знания темы «Площади», в их решении могут помочь задачи на разрезание, поэтому полезно вспомнить на этом уроке какие-нибудь задачи на разрезание и складывание, например игра «Танграм», которые не вызывают затруднений и нравятся школьникам.

Указания к решению задач учебника

1. Решение задачи начнем с перечисления отрезков с концом в точке A, это AK, AM, AB (три отрезка); теперь с концом в точке K. AK уже посчитали, значит, KM и KB — два отрезка; теперь — в точке M: AM и KM уже учли, остается MB; никаких неучтенных отрезков с концом в точке B нет, значит, на рисунке всего 6 отрезков. О т в е т: 6 отрезков.

4. При выполнении задания занумеруем точки пересечения отрезков и будем выписывать треугольники, начиная, например, с левого нижнего уголка. Сначала все треугольники с вершиной 1:

1—2—9, 1—3—8, 1—4—7.

Затем все не записанные еще треугольники с вершиной 2: 2—3—10, 2—4—6, 2—9—10 и т. д.

Таким образом, получим 13 треугольников.

5. Сначала мы подсчитываем число единичных треугольников — самых маленьких. Их $4 \cdot 4 = 16$. Затем — количество треугольников, которые состоят из 4 маленьких, их площади больше в $2 \cdot 2 = 4$ раза. Таких треугольников 7 штук, они частично перекрывают друг друга. Затем — число треугольников со сторонами, втрое большими, чем у единичных. Они составлены из $3 \cdot 3 = 9$ маленьких. Три треугольника со сторонами втрое большими, чем у единичных, и они тоже частично перекрывают друг друга. И, наконец, последний треугольник — самый большой.

Итак, всего $16 + 7 + 3 + 1 = 27$ треугольников.

9. Пронумеруем точки числами от 1 до 9 и выпишем коды всех треугольников по порядку: 1—2—3, 1—4—6, 2—4—5, 2—3—5, 2—6—7, 3—4—8, 3—5—6, 4—5—7, 4—6—9, 5—6—8, 5—7—8, 7—8—9. Всего 12 равносторонних (именно равносторонних, а не произвольных) треугольников.

11. Из всех задач параграфа эта задача является самой сложной. Хотя ее решение полностью приведено в ответах, ученики едва ли смогут разобраться самостоятельно, поэтому учителю следует показать и объяснить решение этой задачи. Ученики должны понять, почему ввели соответствующие обозначения, почему достаточно рассмотреть только четверть всей фигуры и почему получается уравнение $2x + 2a = 2a + x + y$, из которого следует равенство x и y. Если для учеников подобные рассуждения еще сложны, можно не требовать от них повторения этих рассуждений. Учитель при решении этой задачи просто демонстрирует новый прием, основанный на составлении уравнения (алгебраический прием решения геометрической задачи).

◇ § 15. ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ОПЫТЫ (1 ч)

Основные понятия: топология, поверхность, лист Мебиуса, графы, уникурсальные кривые.

Предметные результаты: строить геометрические фигуры от руки; исследовать и описывать свойства фигур, используя эксперимент, наблюдение, измерение, моделирование; использовать приемы дедуктивного мышления при решении задач с помощью графов, рисовать графы, соответствующие задачной ситуации; создавать и манипулировать мысленным образом.

Метапредметные результаты: формирование приемов исследовательской деятельности при обнаружении свойств листа Мебиуса.

Личностные результаты: формирование интереса к самостоятельному поиску знаний, фантазии, инициативы, аккуратности, эстетического восприятия геометрии.

Комментарии. Логически данный параграф делится на две части: опыты с бумагой и вычерчивание кривых без отрыва руки. Учитель может построить занятия соответственно: сначала рассмотреть лист Мебиуса и его особенности и организовать выполнение опытов с различными кольцами и лентами, а затем рассказать о задаче Эйлера и уникурсальных кривых.

Изучение темы строится в соответствии с учебником. Одно лишь замечание можно сделать по началу урока. Данный материал не традиционен для современной школы, и ученики наверняка не встречались с ним. Поэтому учитель может привлечь внимание учеников к изучению фокусом.

Сначала взять в руки простое, не перекрученное кольцо и спросить учащихся, что получится, если его разрезать посередине вдоль. Ученики без труда дадут верный ответ: получатся два одинаковых кольца, вдвое тоньше исходного. Затем учитель на виду у школьников склеивает новое кольцо (лист Мебиуса), перекрутив полосу бумаги один раз, задает тот же вопрос и, вероятно, получит аналогичный ответ: получатся два одинаковых перекрученных кольца. Так ли это? Разрезав кольцо вдоль, учитель показывает результат разрезания — одно перекрученное кольцо вдвое длиннее и вдвое тоньше исходного. Не схитрил ли учитель? А что получится у школьников? И далее проводятся опыты с перекрученными кольцами. В зависимости от собранности класса учитель может по-разному организовать работу. Он может контролировать каждый шаг и после каждого опыта подводить итог, выясняя особенности. В более организованном классе ученики могут самостоятельно, лишь с помощью учебника и индивидуальной помощью учителя, выполнить опыты и заполнить таблицу, а затем обсудить результаты и сделать выводы. Безусловно, никаких обоснований полученного результата учитель не может дать ученикам. Общий *вывод*, к которому приходят ученики, состоит в том, что в мире, и в геометрии в частности, есть множество удивительных и интересных вещей, которые еще предстоит открыть для себя школьникам.

Далее можно выполнить упражнение с алфавитом. Сначала учитель немного рассказывает о топологии — разделе геометрии, в котором изучаются такие свой-

ства фигур, которые не изменяются при всяческих деформациях, не допускающих разрывов и склеиваний. Таким деформациям будут подвергаться буквы алфавита. Представим буквы алфавита сделанными из мягкой проволоки, которую можно сгибать и разгибать, но нельзя разрывать и склеивать. Какие буквы можно сделать из «А»? Например, вытянув «ножки» буквы в стороны и затем, загнув концы книзу, можно получить букву «Д». С точки зрения топологии эти буквы одинаковые. Далее ученики преобразовывают другие буквы алфавита, оформляя результаты в таблице, или, например, с помощью стрел.

Ученики должны в уме выполнить операцию реконструкции, выдать готовый результат и изобразить его. Если задание вызывает затруднения, оно выполняется предметно, с использованием модели (даже простой рисунок может помочь учащемуся, если реконструкцию заменить рисованием как бы в движении).

Далее выполняются задачи § 1 на вычерчивание закрытого и открытого конвертов без отрыва руки. Ученики вспоминают, что одна из них не имела решения. Чем отличаются эти задачи? Ответ на этот вопрос будет дан на этом уроке.

Затем учитель обращается к знаменитой задаче Эйлера о семи кенигсбергских мостах. Объяснение ее решения, приведенное в параграфе, обязательно нужно сопровождать показом рисунков. Лучше, если они будут заранее увеличены или нарисованы на доске. Ученики должны следить за рассказом учителя и не терять нить рассуждений. От рисунков учитель переходит к сети кривых (их можно нарисовать под рисунком к задаче о мостах), объясняя, что при схематическом изображении острова и берега заменяем точками — узлами графа, а мосты — кривыми или сторонами графа. Узлы бывают двух видов — четные и нечетные. Четным назовем узел, в котором сходится четное число сторон, а нечетным — узел, в котором соединяется нечетное число сторон. Подсчитывается количество четных и нечетных узлов графа (или сети кривых), и учитель формулирует условие, при котором данную сеть (граф) можно вычертить без отрыва руки: нечетных узлов должно быть не больше двух (два или ни одного).

Указания к решению задач учебника

1, 2. Закрепление задачи о семи мостах проводится при решении задач, аналогичных разобранной. Их решение сводится к построению графа и подсчету количества нечетных узлов. Не следует забывать, что мосты (или другие пути и дорожки) — это стороны графа, а острова, комнаты и т. п. — это узлы, в которых пути сходятся. Графы удобно вычерчивать, сначала расставив узлы, а затем соединяя их в соответствии с количеством дорожек, дверей, мостов и т. п.

3, 5, 6. Задачи решаются аналогично № 1 и 2. Особенность задачи № 3 в том, что построенный граф будет пространственным: это будет каркасный куб, модель которого может помочь ученикам найти решение задачи.

4. Перед выполнением задания нужно сначала убедиться, что предлагаемые фигуры можно начертить без отрыва руки, а затем уже браться за вычерчивание. Ученики должны заметить, что начинать всегда нужно с нечетного узла, если он есть, тогда путь заканчивается тоже в нечетном узле. Предложите ученикам объяснить, почему так происходит.

Задание на дом. 1) Подумать, почему любой граф либо содержит четное число нечетных узлов, либо вообще их не имеет. При этом ученикам можно показать прием рассуждений: проставить около каждого узла число, соответствующее количеству выходящих из этого узла путей, затем подсчитать их сумму и сделать вывод.

2) Придумать интересные фигуры, которые можно или нельзя начертить без отрыва руки.

◇ § 16. ЗАДАЧИ СО СПИЧКАМИ (1 ч)

Предметные результаты: конструировать фигуры из спичек; исследовать и описывать свойства фигур, используя эксперимент, наблюдение, моделирование; создавать образ, осуществлять мысленный перенос элементов образа, реконструировать образ.

Метапредметные результаты: развитие конструктивных способностей, комбинаторных способностей, способности предвидеть результат.

Личностные результаты: развитие интереса к геометрической деятельности, формирование усидчивости, настойчивости, гибкости мышления.

Комментарии. Задачи этого параграфа не являются для учеников незнакомыми. Они весьма распространены среди школьников, причем не воспринимаются ими как геометрические, что позволяет снять напряжение, возникающее у некоторых учеников при решении математических задач. Они относятся к так называемому математическому фольклору, популярному во все времена. Никаких специальных знаний для их решения не требуется. Важна лишь сообразительность, способность к мысленному предвосхищению результата.

Для учителя важно выбрать форму проведения урока. Можно, начав с фронтальной работы, показывающей всем ученикам решение и процесс его поиска, перейти к индивидуальной работе, когда ученики работают каждый в своем темпе. Учителю при этом важно поощрить каждого ученика, похвалить его за самостоятельность и оригинальность.

В конце урока, разбирая решения со всем классом, учитель может остановиться на том, как ученик догадался до такого решения, что его на это натолкнуло, какие особенности конфигурации сыграли решающую роль в выборе пути решения. Подобная работа позволит реализовать большой логический потенциал подобных задач, в которых логика на первый взгляд «не работает». Такие вопросы учат школьников анализировать ситуацию, проводить сравнение и аналогию, что весьма важно при решении геометрических задач. Также здесь срабатывает прием включения объекта в различные связи, что является необходимым при решении геометрических задач.

Урок решения задач со спичками во многом напоминает ученикам игру. Завершить впечатление игры и соревнования учителю поможет вручение призов отличившимся на уроке школьникам. Это могут быть модели

многогранников, красочно оформленные картинки геометрического содержания, изображения невозможных объектов и т. п., подготовленные старшеклассниками.

◇ § 17. ЗАШИФРОВАННАЯ ПЕРЕПИСКА (1 ч)

Основные понятия: поворот на заданный угол в заданном направлении.

Предметные результаты: осуществлять поворот фигуры на заданный угол в заданном направлении; манипулировать мысленным образом.

Метапредметные результаты: приобретение опыта экспериментирования с объектом.

Личностные результаты: развитие самостоятельности, поддержание познавательной активности, интереса к предмету, воспитание усидчивости и аккуратности.

Комментарии. Рассмотрение этого параграфа приходится на один из последних уроков наглядной геометрии 5 класса. Конец года, ученики устали, поэтому трудно надеяться на усвоение серьезного теоретического материала. Предлагается провести урок пропедевтики понятия «поворот». Изготавливая шифровальную решетку, распределяя «окошечки» по определенному правилу, сформулированному учителем, ученики должны проявить и самостоятельность, и умение пользоваться некоторым предписанием, и способность к пониманию дедуктивных рассуждений учителя. После объяснения правила вырезания «окошечек» учитель может еще раз спросить учеников, почему нужно вырезать окошечки с разными номерами. Если ученик смог объяснить это, можно надеяться, что интуитивное понятие поворота сформировано.

Прием и метод рассуждений при объяснении того, что разных решеток можно составить больше 4 миллиардов, в дальнейшем встречается при решении задачи № 10 из § 18 о количестве способов прочтения слова «шалаш». Учитель может только лишь рассказать, как подсчитывается это количество, и провести подсчет, не требуя повторения от учеников, так как уровень разви-

тия дедуктивного мышления учащихся еще недостаточно высок. Если ученик вспомнил прием при решении этой задачи, даже не сумев его применить, учитель может считать, что добился немалых результатов в развитии его мышления.

По организации урока можно сделать следующие замечания. Начать урок лучше с показа ученикам «полученной» учителем шифровки и поиска способа дешифровки. Лучше, если текст будет каким-либо образом касаться учащихся данного класса. Затем учитель показывает дешифровальную решетку и рассказывает о ее изготовлении. После этого пятиклассники приступают к самостоятельному изготовлению решеток, предварительно проконсультировавшись с учителем, правильно ли выбраны клетки для «окошек». При этом учитель может выяснить степень понимания учениками сущности поворота. Можно предложить учащимся работу в парах или в малых группах, которые делают одинаковые решетки, таким образом, игра может быть продолжена вне класса, летом на каникулах.

◇ § 18. ЗАДАЧИ, ГОЛОВОЛОМКИ, ИГРЫ (1 ч)

Предметные результаты: исследовать и описывать свойства фигур, используя эксперимент, наблюдение, измерение, моделирование.

Метапредметные результаты: приобретение опыта поисковой деятельности, формирование познавательной активности, развитие коммуникативных умений.

Личностные результаты: привитие вкуса к умственной работе.

Комментарии. В последнем параграфе, предложенном для рассмотрения в 5 классе, собраны различные задачи и головоломки из разных разделов. Есть задачи, аналогичные рассмотренным в течение года, а также задачи, встречающиеся ученикам впервые. Они различны и по уровню сложности, но среди них есть такие, которые под силу любому школьнику. Ко всем задачам в учебнике даны ответы или решения.

В задаче № 1 на расстановку стульев, если ответ не получается методом проб и ошибок, полезно провести некоторые рассуждения, как, например, в № 1 (а).

Указания к решению задач учебника

1 (а). В задаче поставим вдоль одной стены шесть стульев. Остается еще шесть стульев, но требуется получить два ряда по четыре стула, и кажется, что двух стульев не хватает. Эти два стула нужно «позаимствовать» из уже расставленных, но так, чтобы все они остались в одном ряду. Значит, эти недостающие стулья должны принадлежать и тому ряду, в котором они стояли, и тому, в который мы хотим их поставить, т. е. они должны быть угловыми.

1 (б). В задаче «недостает» четырех стульев, значит, поставим в каждом углу комнаты по стулу и добавим вдоль каждой стены по два.

1 (в). В задаче после размещения двух стульев посередине комнаты остается 10 стульев. Их нужно разместить поровну вдоль четырех стен. 10 на 4 нацело не делится, но делится 8. Поставим по два стула около каждой стены, а два оставшихся — в углах так, чтобы их можно было отнести к двум парам противолежащих сторон.

2. Задача является иной формулировкой задачи 1 (в).

3. Задачу можно переформулировать: соединить 20 точек ломаной линией так, чтобы она прошла через все точки и была длиной 19 см (расстояние между точками равно 1 см).

4. При решении задачи лучше пользоваться схематичным изображением туфель, выделив лишь шнуровку. Это задание на восстановление невидимой части чертежа, аналогичное приему построения чертежа в стереометрии. Учитель может варьировать задания, предлагая ученикам различные варианты шнуровки.

5. При решении задачи учитель может использовать предметную модель, т. е. квадраты, вырезанные в соответствии с условием задачи. Начало объяснения учитель в таком случае сопровождает показом этих квадратов и процесса наложения их друг на друга. На втором-третьем шаге учитель прекращает демонстрацию

модели, и дальнейшие преобразования ученики проводят в уме, зарисовывая на бумаге лишь конечный результат. Как и задачу № 4, эту задачу можно варьировать, изменяя правило или последовательность действий. Например, можно укладывать квадраты, чередуя цвет и совмещая верхние левые углы или совмещая центры и т. п. Можно также предложить ученикам составить с помощью таких квадратов рисунки, а затем сделать выставку.

6. Задача является очень трудной для пятиклассников: нужно суметь увидеть пробку с разных сторон. Пробка должна быть такой, чтобы разными ее проекциями были квадрат, треугольник и круг. Чтобы пробка могла закрыть круг и квадрат, она должна быть цилиндрической формы, причем диаметр основания должен быть равен высоте. При этом одна проекция (вид сверху) — круг, а вторая (вид сбоку) — квадрат. Но как быть с треугольником? Для того чтобы одна из проекций была треугольником, достаточно у квадрата «срезать уголки», т. е. от цилиндра нужно отрезать две части, проведя секущие плоскости через центр верхнего основания и диаметрально противоположные точки окружности нижнего основания. Таким образом, получилась пробка, внешний вид которой изображен в ответе к задаче. Заметим, что приведенные выше рассуждения весьма сложны и опираются на понятия, которые ученикам еще не известны (например, понятие «сечение»), но цель учителя состоит не в том, чтобы ученики усвоили ход решения. Возможно, ответ будет получен учащимися интуитивно, если предложить им предметное решение, например с использованием пластилина. В любом случае задача полезна для развития пространственного мышления подростков.

9. В задаче требуется поставить 24 стула в 6 рядов по 5 в каждом. При умножении 5 на 6 получаем 30, шести стульев не хватает. Значит, эти шесть стульев — «угловые», принадлежащие двум рядам. Таким образом, получается как бы шестиугольная комната, вдоль стен которой расставляются стулья аналогично задаче № 1.

10. В условии задачи не оговорено, могут ли совпадать первая и последняя буквы в слове «шалаш». Пусть

эти буквы могут совпадать, тогда ходов «шал» — 12, обратных «лаш» тоже 12. Значит, всего $12 \cdot 12 = 144$ хода.

Добавляя условия в задачу, например, что первая и последняя буквы не совпадают, получаем другие ответы. В этом случае обратных ходов не 12, а 11, поэтому всего $12 \cdot 11 = 132$ способа. Если же потребовать, чтобы никакие буквы в слове не повторялись, то количество вариантов еще уменьшится, их станет всего 100.

12. При решении задачи помощью ученикам может стать словесное объяснение места, где находятся колодцы: «в уголках треугольника и посередине», и тогда они вспомнят рисунки о делении треугольника на равные части, встречавшиеся им ранее.

13. Если решение вызовет затруднения, можно подсказать ученикам, что линии соединения точек могут выходить за пределы квадрата, обозначенного данными точками.

15. В задаче № 15 (а) следует обратить внимание учеников на то, что искомый треугольник — прямоугольный, это говорит о том, что один из углов данного прямоугольника может стать прямым углом. Попытка дорисовать недостающую часть треугольника натолкнет на решение задачи.

Решение задачи № 15 (б) опирается на свойство симметричности равнобедренного треугольника. Он состоит из двух равных частей, поэтому и прямоугольник нужно разделить на две равные части.

Задача № 15 (в) — посложнее. Предложите ученикам поискать подсказку.

16. Полезно начинать решение задачи с подсчета площади данной фигуры и выяснения того, какую площадь должна иметь четвертая часть фигуры. А какую форму?

19. При рассмотрении рисунков, изображающих свернутую из бумаги трубочку, нужно обратить внимание на наклон (правый или левый) закручивающегося края бумаги и на то, какой это край — ровный или нет. Один из вариантов сворачивания трубочки можно продемонстрировать ученикам, иначе многим ребятам может быть непонятно условие задачи.

21, 22. При выполнении этих заданий полезно вспомнить, как решали задачи № 8 и 9 в § 14. Используя прием кодирования точек, выписывали всевозможные квадраты в № 8 или правильные треугольники в № 9. Теперь ученикам предстоит «отбросить» наиболее часто встречающиеся в записи вершины так, чтобы остальные не являлись вершинами квадрата (треугольника).

Решим задачу № 22. Пронумеруем точки и выпишем вершины всех правильных треугольников: 1—2—3, 2—4—5, 3—5—6, 4—5—7, 5—6—8, 5—7—8, 7—8—9, 1—4—6, 4—6—9, 2—6—7, 3—4—8. Теперь остается вычеркнуть наиболее часто встречающиеся вершины. Вычеркивание вершины 5 делает невозможным построение шести треугольников. Теперь вычеркнем, например, вершину 4, она встречается три раза в оставшихся треугольниках, остается три треугольника. В них дважды встречается вершина 2. Вычеркнем ее, останется один треугольник 7—8—9. Отбросим любую из этих трех точек и таким образом выполним требование задачи.

24, 25, 26, 36. Задачи можно считать шутками из математического фольклора. Подобные задачи решают все дети, начиная с дошкольного возраста, проявляя при этом изобретательность, юмор, находчивость. Наверняка ученики смогут предложить для решения в классе и свои задачи, от которых не следует отказываться: повеселитесь на уроке, это так полезно, особенно в конце учебного года.

28. К верному решению поможет прийти анализ рисунка к задаче. Домики № 2 и 3 расположены так, что соединение их с соответствующими калитками по прямым неизбежно дает пересечение дорожек, значит, проведя одну дорожку напрямую, например от домика № 3, дорожку к домику № 2 нужно провести «в обход». Для этого есть единственная возможность: нужно обойти домик № 3 сзади. После этого шага становится видно, что дорожка к домику № 1 должна вначале проходить между второй и третьей дорожками, т. е. тоже идти за домик № 3. Теперь обогнуть домик № 2 не составит труда.

30. Процесс решения этой сложной задачи сводится к последовательному выяснению длин сторон квадратов, начиная с закрашенного. Его сторона равна 1. Следующий по величине квадрат, прилегающий к закрашенному, со стороной 2. Теперь идем против часовой стрелки: третий по величине квадрат имеет сторону $2 + 1 = 3$. Квадрат над ним — сторону $3 + 1 = 4$. Далее, $4 + 1 = 5$. Мы подошли к первому квадрату со знаком вопроса. Его сторона равна стороне пятого квадрата без единицы, т. е. 4. Теперь ясно, что левый верхний квадрат имеет сторону $5 + 4 = 9$, левый нижний $9 + 4 = 13$, и больший квадрат со знаком вопроса — со стороной $13 + 2 = 15$.

32. Разъяснить невозможность переплетения карандашей способом, предложенным в учебнике на рисунке 159, можно с использованием понятий «выше», «ниже». Так, если рассмотреть вертикальный желтый и горизонтальный коричневый и серый карандаши, то желтый лежит *ниже* указанных серого и коричневого. В то же время наклонный бежевый карандаш лежит под желтым и над серым, т. е. *ниже* желтого, но *выше* коричневого и серого карандашей, что невозможно: получается, что бежевый карандаш как бы огибает желтый снизу, как петля. Ученики могут не проводить подобных рассуждений, достаточно, если они увидят «невозможность» этой картинки.

33. Объяснение ученика может быть подобным следующему: двигаясь вдоль стороны треугольника, спичка поворачивается так, что, возвратившись в исходное положение, ее головка оказывается повернутой в противоположную сторону, т. е. спичка повернулась на 180°. Ее поворот происходил на углы, равные углам треугольника, значит, сумма этих углов 180°.

Итак, последний параграф в 5 классе пройден. Учитель может подвести некоторые итоги, выделив для этого урок. На зачетном уроке можно дать ученикам работу, аналогичную выполненной ими в сентябре на первом уроке, и сравнить результаты. Большего воспитательного воздействия можно добиться, если сохранить сентябрьские работы. Их сравнение наглядно продемонстрирует положительные результаты обучения.

6 КЛАСС

Предполагается, что основы геометрической деятельности учащихся заложены в 5 классе, и поэтому второй год изучения наглядной геометрии насыщен практическими работами, при выполнении которых учащимся необходимо владеть чертежно-измерительными инструментами, уметь мысленно представить конфигурацию и мысленно изменить ее, видеть глубину пространства в плоскостном изображении пространственных тел.

Основные теоретические вопросы изложены в § 20 «Параллельность и перпендикулярность», § 21 «Параллелограммы», § 22 «Координаты» и § 28—31, касающихся вопросов симметрии, параллельного переноса, поворота. Напомним, что как в 5 классе, так и в 6 классе не следует требовать от учащихся заучивания формулировок, достаточно владения терминами, умения узнавать объект, использовать его свойства в простых ситуациях.

Большую нагрузку в развитии образного мышления, геометрического видения несут § 19 «Фигурки из кубиков и их частей», § 23 «Оригами», § 25 «Кривые Дракона», § 26 «Лабиринты». Практические навыки геометрической деятельности учащиеся приобретают при рассмотрении § 27 «Геометрия клетчатой бумаги» и § 32 «Симметрия помогает решать задачи». Выходы за пределы школьной программы открывает § 24 «Замечательные кривые».

◇ § 19. ФИГУРКИ ИЗ КУБИКОВ И ИХ ЧАСТЕЙ (2 ч)

Основные понятия: равенство пространственных тел, проекция, метод трех проекций, сечение тела плоскостью.

Предметные результаты: конструировать тела из кубиков; выделять и называть сечения пространственных фигур, получаемые путем предметного моделирования; соотносить пространственные фигуры с их проекциями на плоскость; изображать

объемные геометрические тела на плоскости, применять метод трех проекций; оперировать мысленным образом: вращать, совмещать, переносить точку наблюдения; целостно воспринимать объект.

Метапредметные результаты: развитие конструктивных способностей.

Внутрипредметные и межпредметные связи: стереометрия (многогранники, сечение многогранника плоскостью, параллельная проекция).

Комментарии. Первое занятие после летних каникул обычно бывает сложным для учеников: многое забыто, нет былых изобразительно-графических навыков, трудно вспоминается терминология. Поэтому учитель должен дать ученикам возможность восстановить умения и навыки, приобретенные в прошлом году. Можно начать с разминки — решения несложных задач из § 18 и 34, а затем переходить к материалу § 19.

С одной стороны, для выполнения заданий этого параграфа не нужно никаких специфических знаний, а с другой стороны, необходимы хорошо развитые пространственные представления и умение мысленно манипулировать образом (в основном переносить точку наблюдения). Работа на клетчатой бумаге облегчает рисование фигур, да и фигуры подобраны так, что они являются либо квадратами, либо кубами, либо их частями.

Обязательно на уроке должны быть модели куба — каркасные, полукаркасные, прозрачные. Хорошо, если для иллюстрации метода трех проекций учитель покажет на уроке какую-либо деталь и ее изображение в проекциях (такое пособие наверняка имеется в кабинете черчения или в школьной мастерской).

Основной прием, используемый при построении проекции, — это мысленный перенос точки наблюдения или вращение образа. Вспомнить его поможет задание № 1.

Задания № 6—9 на сечение куба плоскостью. Понятие «сечение» является для учеников новым, а потому лучше учителю начать с показа модели куба и процесса проведения сечения. Удобнее всего использовать пла-

стилиновый куб, в таком случае легко провести аналогию с разрезанием хлеба ножом. Учащиеся могут путать понятие «сечение» с отсекаемой частью тела. Так, на вопрос, какое сечение получится, если от куба отрезать «уголок», ученики нередко отвечают, что получится пирамида. С целью предотвращения такой ошибки учитель должен подчеркнуть, что сечение — это плоская фигура, можно сказать, «поверхность разреза».

Решив задачу № 9, можно продолжить, спросив, почему в сечении куба плоскостью не может получиться семи-, восьми- и т. д. угольник. Ученики должны заметить, что в сечении получается многоугольник, стороны которого являются линиями пересечения плоскости с гранями куба. У куба 6 граней, следовательно, максимальное число сторон многоугольника, получаемого в сечении, тоже шесть.

Указания к решению задач учебника

1. В задании ученикам нужно выбрать пары одинаковых объектов на рисунке. Учащимся может показаться, что для ответа на вопрос достаточно подсчета количества кубиков, составляющих фигуру. Учитель должен напомнить, что в пространстве важна ориентация объекта.

2. В задании требуется по изображению пространственной ломаной, навитой на куб, нарисовать три проекции (три вида), что проще, так как переходить от пространственного тела к плоскому легче, это действие привычнее для нас: воспринимая объемное тело, мы изображаем его на плоскости. Кроме того, в этом задании происходит вычленение элемента из целого.

3. В этом задании, обратном № 2, наоборот, необходимо осуществить синтез деталей, воспроизвести целое из частей. Для этого нужно удерживать в памяти три различных образа, причем расположенных в пространстве. Это задание, на первый взгляд кажущееся невыполнимым для шестиклассников, однако, выполняется ими практически без ошибок, если отработано упражнение № 2, которое, при достаточно серьезных затруднениях, можно делать с использованием модели.

4. Это задание проще предыдущих, в нем не требуется изображать фигуру, а только узнать части одного целого. Мысленно поворачивая образ одной из частей и совмещая с другой, ученики выполняют задание в уме. Возможно, некоторым ученикам легче искать сходства и различия частей, анализируя рисунки. В таком случае можно спросить, как они рассуждают при выполнении упражнения. Объяснения подобного рода развивают речь и умение стройно и логично мыслить.

10. Задание самое сложное. В нем требуется изобразить не только проекции тел, но и нарисовать стереометрические рисунки, соответствующие виду данного тела с различных точек наблюдения. Не думаем, что все ученики справятся с заданием, но попробовать выполнить его стоит. Это задание может открыть учителю способных к черчению школьников, у которых хорошо развиты изобразительные умения и пространственные представления. Облегчить выполнение упражнения может раскраска данного тела в разные цвета или работа с пластилиновой фигурой.

11. Задача является пространственным аналогом упражнения на изготовление деталей игры «Пентамино»: на плоскости равные квадраты присоединялись друг к другу целыми сторонами, в пространстве же присоединяются равные кубы. Как и на плоскости, задание можно выполнять в определенной последовательности: сначала в первом ряду 4 кубика, затем 3 и различные варианты расположения четвертого кубика, потом 2 и, наконец, 1.

◇ § 20. ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ И ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ (2 ч)

Основные понятия: параллельные и перпендикулярные прямые и отрезки и их свойства; скрещивающиеся прямые.

Предметные результаты: распознавать взаимное расположение прямых (пересекающихся, параллельных, перпендикулярных) в пространстве; приводить примеры расположения прямых на модели

куба; строить параллельные и перпендикулярные прямые с помощью чертежных инструментов и на глаз; называть взаимное расположение прямых на плоскости и в пространстве.

Метапредметные результаты: формирование приемов исследовательской деятельности.

Личностные результаты: воспитание аккуратности, общекультурное развитие учащихся.

Внутрипредметные и межпредметные связи: стереометрия (параллельность; перпендикулярность; взаимное расположение прямых в пространстве).

Комментарии. Рассматриваемые в параграфе понятия являются одними из центральных в пропедевтическом курсе геометрии, и на их изучение следует обратить большое внимание. Учащиеся в результате изучения материала параграфа должны знать термины «параллельность» и «перпендикулярность», узнавать взаимное расположение прямых на плоскости и в пространстве, уметь изображать параллельные и перпендикулярные отрезки с помощью различных чертежных инструментов и на глаз, узнавать их прообразы в реальной жизни. Если учащиеся запомнят основные свойства параллельных и перпендикулярных прямых, их за это следует похвалить, но требовать обязательного знания этих свойств не нужно, в систематическом курсе геометрии к этому ученики вернутся на более высоком уровне строгости.

Основная нагрузка при изучении данной темы ложится на формирование изобразительно-графических умений школьников. Предлагаемая теория должна вводиться через работу с чертежными инструментами. У каждого ученика на уроке должны быть линейка и угольник.

Урок начинается с построения прямого угла с помощью угольника. Продолжаем стороны прямого угла за его вершину, получаем две пересекающиеся прямые. Угол между ними равен 90°. Такие прямые называются перпендикулярными. Встает вопрос: «Где в жизни встречаются перпендикулярные прямые?» Ученики с помо-

щью учителя находят эти объекты в окружающей обстановке. Работа проводится в пространстве, т. е. говорится о свойствах перпендикулярных прямых в пространстве, и модели должны представлять собой пространственные объекты — каркасные модели прямых и наклонных параллелепипедов, стереометрический набор со спицами и пластилином. Для проведения перпендикулярных прямых и проверки перпендикулярности учащиеся пользуются треугольником. С его помощью ученики обнаруживают основные свойства перпендикулярных прямых, учитель направляет их работу вопросами: «Сколько прямых, перпендикулярных данной прямой, можно провести через точку на этой прямой? А если точка не принадлежит данной прямой? Пересекаются ли на плоскости два перпендикуляра, проведенные к одной и той же прямой?»

От этого последнего свойства учитель переходит к рассмотрению параллельных прямых, введению термина и значка для обозначения.

Определение параллельных прямых, в отличие от определения перпендикулярных прямых, не дает способа построения таких прямых. Однако все необходимое для отыскания этого способа ученики уже знают и имеют. Это третье свойство перпендикулярных прямых, от которого учитель перешел к изучению параллельности. Вопрос: «Как при помощи линейки и угольника, зная третье свойство перпендикулярных прямых, рассмотренное на этом уроке, построить параллельные прямые?» Наверняка часть учеников найдет способ построения, изображенный в учебнике на рисунке 176.

Для закрепления рассмотренных понятий можно выполнить задания № 1 и 3 на отыскание параллельных и перпендикулярных прямых в окружающей обстановке и на рисунке.

Следующий этап урока — построение изученных прямых с применением циркуля. Следует помнить, что в этом учебном году ученики еще не работали с циркулем, поэтому навык требует восстановления, не нужно торопить учеников в работе.

В заключение, когда основные понятия учениками усвоены, можно перейти к взаимному расположению прямых в пространстве. Лучшая демонстрационная модель — каркасный куб с обозначенными вершинами (обозначение вершин поможет восприятию и выделению найденных отрезков). После работы по отысканию параллельных и перпендикулярных ребер куба учитель обращает внимание учеников на ребра, которые не пересекаются, но тем не менее не являются параллельными. Это скрещивающиеся отрезки, через них нельзя провести плоскость, в отличие от параллельных отрезков. Далее, выписывая пары скрещивающихся ребер, ученики закрепляют это понятие. Безусловно, наличие каркасного куба у каждого ученика или хотя бы на каждой парте значительно облегчило бы работу — ученики могли бы не только увидеть, но и потрогать скрещивающиеся отрезки, что дает большее ощущение пространства, нежели рассматривание демонстрационной модели; кроме того, не следует забывать, что немалая часть учеников имеет плохое зрение.

Задание № 4 можно дать *на дом*, напомнив, что при его выполнении можно использовать знания, полученные в 5 классе в § 3.

На следующем уроке при проверке домашнего задания учитель формулирует замеченную закономерность о величинах углов, образующихся при пересечении двух параллельных прямых третьей. Эта работа не будет выглядеть инородной на следующем уроке, посвященном изучению четырехугольников, имеющих параллельные и перпендикулярные стороны.

◇ § 21. ПАРАЛЛЕЛОГРАММЫ (1 ч)

Основные понятия: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат и их свойства; золотое сечение.

Предметные результаты: моделировать параллельность и перпендикулярность прямых с помощью листа бумаги; исследовать и описывать свойства ромба, прямоугольника (квадрата), используя эксперимент, наблюдение, измерение, моделирование;

изображать параллелограмм с помощью чертежных инструментов и от руки; строить золотой прямоугольник, формулировать определения.

Метапредметные результаты: формирование приемов исследовательской деятельности: составление плана исследования и его осуществление, оформление результатов, умение делать индуктивные выводы.

Личностные результаты: общекультурное и эстетическое развитие, привитие вкуса к исследовательской деятельности.

Внутрипредметные и межпредметные связи: планиметрия (четырехугольник, параллелограмм).

Комментарии. Логически данный параграф является продолжением § 20. В нем рассматриваются способы получения параллельных и перпендикулярных прямых путем перегибания листа бумаги и четырехугольники с параллельными и перпендикулярными сторонами. Поэтому учителю не следует разделять рассмотрение этих вопросов во времени. Начать урок можно с показа шарнирной модели параллелограмма. Именно шарнирная модель очень наглядно демонстрирует, что прямоугольник тоже является параллелограммом, что ромб и квадрат тоже параллелограммы. Что объединяет эти четырехугольники? (У всех рассмотренных фигур противоположные стороны параллельны, поэтому они называются параллелограммами.) Учитель делит слово на две части, вторая часть указывает на то, что это фигура, а первая дает основное отличие этой фигуры от других — наличие параллельных сторон.

Итак, четырехугольник, стороны которого попарно параллельны, есть параллелограмм. Это *определение* параллелограмма. В определении мы указали, к какому роду относится данная фигура и какие у нее отличительные особенности, позволяющие узнать или изобразить эту фигуру. Учитель объясняет учащимся, как строятся определения, а затем проводится работа по формулированию определений прямоугольника, ромба, квадрата.

Можно еще раз показать структуру определения:

термин — это *род*, у которого есть *видовое отличие*.

Для экономии времени можно заранее заготовить «модель определения» — плакат, на котором прорезаны окошечки и написаны связующие слова «это» и «у которого», а также набор табличек, вставляющихся в «окошечки»: «параллелограмм», «ромб», «квадрат», «прямоугольник», «все стороны равны», «все углы прямые». Использование этой модели позволит визуализировать определения, показать четкую их структуру.

Далее логические упражнения сменяются заданиями практического характера на отыскание свойств квадрата. Поисковая предметная деятельность учащихся направляется учителем, который вначале показывает, как с помощью только листка бумаги, без линейки, угольника и карандаша, получить перпендикулярные и параллельные прямые. Затем ученикам предлагается только лишь перегибанием бумаги получить прямоугольник и вырезать его. Из прямоугольника получить квадрат. Каким свойством квадрата можно воспользоваться для этого? (Равенством всех сторон.) Процесс получения квадрата из прямоугольного листа бумаги известен каждому ученику, хотя он не отдает себе отчета, на чем основан этот способ; теперь же его действия становятся более осмысленными.

Какие свойства квадрата можно обнаружить и наглядно продемонстрировать при помощи перегибов бумаги? С этого вопроса учителя начинается исследование школьниками квадрата.

Можно предложить ученикам записать обнаруженные свойства, если они работают самостоятельно, а затем обсудить результаты исследования. Такая организация возможна в подготовленном классе, в котором ученики быстро пишут и могут сформулировать свои мысли. В слабом классе запись свойств лишь только отвлечет учеников от сути задания, они сосредоточатся на записях, и урок не даст ожидаемых результатов.

В таком классе можно порекомендовать пошаговое выполнение задания под контролем учителя, который руководит работой с помощью системы вопросов и заданий. Результаты каждого задания должны быть проверены непосредственно по его выполнении.

Далее можно вспомнить определения изученных многоугольников и их основные свойства, решить задачу учебника о проверке утверждения: вырезанный учениками четырехугольник является квадратом, что поможет вспомнить и закрепить свойства квадрата и перейти к изучению золотого сечения.

Порядок рассмотрения в классе вопроса *о золотом сечении* и *золотом прямоугольнике* тот же, что предложен в учебнике:

1) практическая работа с бумагой;

2) рассмотрение картинок учебника;

3) измерение отрезков, на которые делится каждая из пяти линий, составляющих правильную пятиконечную звезду, нахождение их отношения;

4) построение золотого прямоугольника с помощью циркуля и линейки.

Последний этап этой работы рекомендуется организовать как *самостоятельную работу* с книгой, когда ученики в работе руководствуются схемами и лишь в случае затруднений прибегают к помощи учителя. Это подготовит их к изготовлению фигурок оригами.

Далее можно посвятить время отработке понятий «перпендикулярность» и «параллельность» и формированию изобразительно-графических умений учащихся, что необходимо будет на последующих уроках при изучении координат.

На дом предлагается задание: исследовать аналогичным образом прямоугольник, ромб и произвольный параллелограмм (по вариантам) и, сравнив полученные результаты со свойствами квадрата, сделать вывод. Этот вывод должен отражать тот факт, что у всех рассмотренных фигур есть общие свойства (это свойства параллелограмма) и специфические, присущие только данным объектам.

◇ § 22. КООРДИНАТЫ, КООРДИНАТЫ, КООРДИНАТЫ... (1 ч)

Основные понятия: система координат, декартова и полярная системы координат, метод координат, метод раскраски.

Предметные результаты: находить координаты точки и строить точку по ее координатам на прямой и плоскости; пользоваться методом координат на прямой, на плоскости и в пространстве; использовать метод раскраски для решения геометрических задач.

Метапредметные результаты: самостоятельное заполнение карты объектами и описание их расположения с помощью координат, формирование коммуникативных умений.

Личностные результаты: развитие инициативы и фантазии.

Внутрипредметные и межпредметные связи: алгебра (метод координат), география.

Комментарии. Основной целью изучения координат на этом этапе обучения является первоначальное овладение методом координат на плоскости, включающее:

— знание терминов (оси координат, начало координат, координаты точки, координатная плоскость);

— умение задавать координатную плоскость, изображая оси координат и выбирая на осях единичные отрезки;

— умение находить координаты точки и отмечать на плоскости точку по заданным ее координатам.

Дополнительными можно считать знания о полярной системе координат и декартовой системе координат в пространстве.

На достижение этих целей направлена вся работа над параграфом. Алгоритмичность основных заданий делает уроки похожими на обычные уроки математики, поэтому для привлечения внимания школьников учителю следует максимально акцентировать занимательную сторону изучения материала. Этому может способствовать связь с курсом географии, опора на ко-

торый выбрана авторами пособия в начале параграфа, игра в «Морской бой» и игра «Остров сокровищ».

Учитель начинает урок с рассмотрения любой географической карты. Ученики вспоминают известные им термины «широта» и «долгота», смысл, вкладываемый в эти понятия, находят на карте экватор и гринвичский меридиан, обращая внимание на то, что эти условные линии являются *началами отсчета* широты и долготы соответственно. При этом учитель должен обязательно обратить внимание учеников на тот факт, что местоположение любого географического объекта характеризуется *двумя* координатами, причем эти координаты должны указываться в *строго определенном порядке*. Усвоению этих важнейших фактов поможет обращение к роману Жюля Верна «Дети капитана Гранта», в котором поиски пропавшего капитана опирались на знание широты того места, где находился капитан Грант. Незнание долготы этого места потребовало от участников поисковой экспедиции осуществления кругосветного путешествия по соответствующей параллели.

Переходом от географической координатной сетки, на которой неизбежны искажения за счет кривизны земной поверхности, к абстрактной математической декартовой системе координат служит игра «Морской бой». Учитель напоминает учащимся правила игры и вносит в них необходимые ему изменения, а именно: вместо привычных школьникам букв для обозначения столбцов будут использоваться числа, как и для обозначения строк, причем первым числом в паре координат будет номер столбца, а вторым — номер строки. Лучше сразу принять единый способ оформления игрового поля: номера столбцов отмечать по нижнему краю поля слева направо, а номера строк — по левому краю сверху вниз. Затем ученики, разбившись на пары, начинают игру. В течение 10—15 минут ученики играют, записывая свои ходы парами чисел в круглых скобках. Таким образом учитель организует первоначальное закрепление материала. Запись учениками ходов-выстрелов позволяет учителю проконтролировать усвоение и при необходимости исправить ошибку. По истечении времени

игра прерывается, выигравшим в паре считается ученик, поразивший наибольшее количество целей.

Следующий этап урока — решение задач № 1—4. Задачи № 1—2 решаются обычными рассуждениями учеников, основным моментом которых является тот факт, что каждый корабль по правилам должен быть окружен пустыми клеточками, чтобы не соприкасаться с соседним кораблем. Выслушивая ответы учеников, учитель должен быть максимально внимателен к каждому, не перебивать их, давать возможность высказать свое мнение, просить аргументировать ответ, по окончании ответа стараться резюмировать, оформляя ответ ученика более логично и четко. Подобные упражнения развивают не только умение мыслить, но и умение аргументированно излагать свою точку зрения (одно из основных коммуникативных умений).

Метод раскраски, применяемый при решении задач № 3 и 4, является одним из самых красивых методов комбинаторной геометрии, он очень нагляден и вполне доступен шестиклассникам. В предлагаемых задачах поле раскрашивается в 4 цвета, так как линкор состоит из 4 клеток.

Далее, в зависимости от усвоения материала и темпа работы на уроке, предлагаемые задачи можно распределить таким образом: в классе решить задачи № 1 и 3, на дом дать задачи № 2 и 4, разобрав или наметив план решения в классе.

Продолжение темы включает рассмотрение координат в одно-, двух- и трехмерном пространстве. От координатной оси, на которой откладываются числа, даты, расстояния и т. п., переходят к координатной плоскости и повторяют термины: координатная плоскость, оси координат, начало координат, координаты точки. Учитель может рассказать ученикам немного о Рене Декарте, французском ученом, чье имя носит рассматриваемая система координат. Далее, не закрепляя умение работать на координатной плоскости, можно «выйти в пространство» и построить систему координат в пространстве. Использование аналогий упростит объяснение материала, а применение наглядных посо-

бий поможет образному его восприятию. Наглядное пособие изготавливается очень просто. Когда учитель разбирает с учениками понятие координатной оси, он демонстрирует спицу, на которой цветной краской отмечены точки 0 и 1. Переходя к системе координат на плоскости, учитель к имеющейся спице под прямым углом присоединяет еще одну такую же спицу, совмещая 0 и закрепляя спицы в этой точке, например, пластилином. Построение системы координат в пространстве требует присоединения в нулевой отметке еще одной такой же спицы под прямым углом к каждой из уже построенных. Прекрасной иллюстрацией трехмерной системы координат также является каркасный куб с нанесенными на трех его ребрах, выходящих из одной вершины, единичными отметками. На такой модели решается задача № 9, требующая работы с трехмерной системой координат.

Формирование умения работать с координатной плоскостью осуществляется с помощью игры «Остров сокровищ», описанной в учебнике, и задач № 5 и 6.

Затем повторяются полученные знания и рассматривается полярная система координат. Также может быть проведена *проверочная работа* — материал является основным в пропедевтическом курсе геометрии, и учитель должен быть уверен в его усвоении всеми учениками. Можно также организовать выставку карт игры «Остров сокровищ», составленных учениками дома. Учащиеся при этом рассказывают об объектах и их координатах на карте, что также позволяет учителю судить о степени усвоения материала.

Указания к решению задач учебника

1. Рассмотрим возможные варианты решения задачи. В этой задаче ученик должен сделать серию безошибочных выстрелов и поразить один авианосец, состоящий из трех клеток, два крейсера по две клетки и четыре катера по одной клетке, размещенные на поле 5×5. Возможны различные способы решения задачи. Один из наиболее приемлемых для шестиклассников — метод проб и ошибок. В таком случае ученик де-

лает серию практически беспорядочных выстрелов, опираясь на интуицию, опыт и, возможно, некоторые рассуждения. Решение находится случайно или не находится. Другой возможный способ состоит в проведении логических рассуждений с рассмотрением всех возможных вариантов расположения кораблей на поле и достаточно полным обоснованием этих рассуждений. Заметим, что этот способ решения задачи может быть применен лишь некоторыми учащимися, у которых логическое мышление превалирует над образным и в достаточной мере развито. Ниже мы приведем один из вариантов рассуждений.

Итак, на поле 5×5 должны располагаться 7 кораблей, причем они не должны соприкасаться друг с другом. В таком случае обязательно должны быть заняты угловые клетки: именно угловые клетки «экономят» поле наибольшим образом, их с двух сторон не нужно окружать пустыми клетками. Выстреливаем по этим клеткам. О том, какой корабль поражен выстрелом, однозначно можно сказать только о катере. Будем опираться на это суждение. Среди кораблей в угловых клетках может быть один, два или три катера (четыре катера занимают слишком много клеток, и не остается места для авианосца и двух крейсеров).

Пусть в углах поля расположены 3 катера. В таком случае должны быть заняты клетки, расположенные в серединах сторон поля: они не соприкасаются с угловыми и «экономят» клетки, их окружающие. Стреляем по этим клеткам. Среди пораженных кораблей должен быть один катер, он располагается между двумя угловыми катерами (в противном случае не остается места для остальных кораблей). Два раненых корабля на противоположных сторонах поля — это крейсеры, вторые половины которых направлены к центру поля. Поражаем соответствующие клетки. Авианосец теперь определяется однозначно.

Пусть в углах поля два катера. Они могут быть в соседних или в противоположных углах. Если это противоположные клетки, то один из угловых — трехклеточный авианосец или двухклеточный крейсер. И в том,

и в другом случае для оставшихся кораблей не хватает места. Если это соседние клетки, то в противоположных углах расположены катера, повернутые друг к другу. Занимаем эти клетки. Остается симметричное поле, на котором клетки — середины сторон должны быть заняты. Стреляем по этим клеткам. Катера находятся сразу, оставшийся корабль — авианосец.

Пусть теперь среди угловых клеток только один катер. В этом случае обязательно должна быть занята серединная клетка поля, причем это тоже катер. Стреляем в клетки — середины сторон, прилежащие к угловому катеру. Среди пораженных клеток одна обязательно — катер (не обе, так как две заняли бы много поля). Вторая клетка принадлежит авианосцу. На оставшемся поле нужно поместить один катер и два крейсера, которые располагаются однозначно: две угловые клетки принадлежат крейсерам, повернутым друг к другу. Оставшаяся незанятая середина — последний катер.

Вот таким может быть логическое решение задачи. Видно, что рассуждения длинны и достаточно запутанны. Возможно, учитель возьмет лишь часть этих рассуждений в качестве образца, если позволит уровень развития класса. Если нет, в логическом решении задачи на этом этапе обучения нет необходимости.

2. В решении задачи также используется тот факт, что катер, стоящий в угловой клетке, «экономит» больше клеток поля, он должен быть окружен только тремя клетками. Таким образом, все поле разбивается на части по 4 клетки, в каждой из которых размещается один катер. Поэтому на поле 10×10 можно разместить 25 катеров ($100 : 4 = 25$), но не больше.

3. Раскрасим поле в четыре цвета. Каждый линкор содержит клетки всех четырех цветов, поэтому для попадания в него достаточно поразить хотя бы одну клетку какого-либо цвета. Подсчитаем количество клеток: 25 первого цвета, 26 второго цвета, 25 третьего цвета и 24 четвертого. Наличие «лишней» клетки второго цвета указывает на то, что наименьшее количество необходимых для поражения линкора выстрелов — 26, причем огонь нужно вести по клеткам второго цвета.

4. При решении задачи, раскрасив поле в четыре цвета и подсчитав количество клеток разного цвета, замечаем, что их неодинаковое количество. Если бы поле можно было разрезать на линкоры, содержащие клетки разных цветов, то окрашенных по-разному клеток было бы равное количество, что противоречит нашей раскраске. Следовательно, разрезать поле на линкоры нельзя.

◇ § 23. ОРИГАМИ (1 ч)

Предметные результаты: конструировать заданные объекты из бумаги; работать по предписанию или алгоритму, читать чертежи и схемы.

Личностные результаты: эстетическое воспитание, формирование коммуникативных умений; воспитание усидчивости, внимательности и аккуратности, развитие тактильной памяти и пространственных представлений.

Внутрипредметные и межпредметные связи: технология и искусство.

Комментарии. Соблюдая требование чередования форм деятельности, на смену абстрактной приходит предметная деятельность — работа с бумагой. Оригами (складывание фигурок из бумаги) развивает пространственное мышление, чувство формы, вырабатывает сложную координацию движения кисти и пальцев, формирует интуитивное мышление и способность к инсайту, т. е. озарению — основе творческого мышления.

В учебнике предлагаются схемы изготовления фигурок лягушки, кузнечика, сороки и зайчика, а также японского фонарика. Многие ученики могут делать из бумаги и другие фигурки, пусть они изготовят их и принесут в класс для выставки.

Схемы изготовления фигурок могут не всегда быть понятны ученикам. Поэтому учитель должен разобрать схему заранее, а в классе обучать по образцу, когда ученики повторяют все движения учителя. Следует помнить, что учитель стоит к ученикам лицом и все действия учителя школьники видят с противоположной от

учителя стороны. Это нужно учитывать и либо стоять к ученикам вполоборота, либо выполнять сгибы бумаги в противоположном направлении. Важно не торопиться в работе и контролировать выполнение каждого шага всеми учениками без исключения, повторяя при необходимости действие несколько раз и помогая ученику на месте.

В настоящее время искусство оригами получило широкое распространение, появились книги и альбомы по оригами различной сложности. Учителю можно порекомендовать книгу И. А. Коротеева «Оригами. Полная иллюстрированная энциклопедия» (М.: ЭКСМО, 2011). В ней можно найти сведения по истории оригами и схемы складывания разных фигурок.

Как показала практика, оригами очень захватывает школьников. Увлекаясь этим искусством, они самостоятельно разбирают новые схемы, придумывают свои фигурки. В некоторых школах создаются кружки или клубы оригамистов под руководством учителей или родителей школьников.

◇ § 24. ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ КРИВЫЕ (1 ч)

Основные понятия: эллипс, гипербола, парабола, конус, конические сечения, спираль Архимеда, синусоида, кардиоида, циклоиды, гипоциклоиды.

Предметные результаты: рисовать замечательные кривые от руки и с использованием вспомогательных средств, создавать и манипулировать мысленными образами (вращать, совмещать).

Метапредметные результаты: формирование приемов предметной исследовательской деятельности, развитие конструктивных способностей, развитие пространственных представлений.

Личностные результаты: формирование интереса к занятиям геометрией, эстетическое и общекультурное развитие.

Внутрипредметные и межпредметные связи: алгебра, выходы за пределы школьной программы.

Комментарии. Основная задача параграфа — знакомство учеников с некоторыми видами кривых линий, рассматриваемых в геометрии. Одни кривые встретятся ученикам в курсе алгебры (это гипербола, парабола, синусоида), а потому можно считать данный материал пропедевтическим по отношению к курсу алгебры, другие (эллипс, конус) — в курсе геометрии, а третьи (кардиоида, спираль Архимеда, циклоида и гипоциклоиды) выходят за рамки школьного курса математики, знакомство с ними расширяет кругозор школьников.

Организационной особенностью изучения материала является большая доля практической работы с использованием чертежных инструментов и различных подручных средств.

Следующее оборудование должно быть подготовлено учениками заранее:

— плотный, лучше картонный лист размером с тетрадную страницу, на котором закреплена в двух точках нить;

— альбомный лист бумаги и лезвие, защищенное с одной стороны наклеенной плотной бумагой для предотвращения порезов;

— одинаковые картонные круги диаметром 3—4 см;

— плотный лист бумаги и клей.

Аналогичные заготовки большего размера должны быть и у учителя. Практическая работа проходит под руководством учителя и по образцу, данному учителем.

Хорошо также заранее подготовить плакаты или компьютерную презентацию с изображением замечательных линий. Если есть возможность, процесс построения кривых можно осуществить и продемонстрировать ученикам с помощью компьютера (формулы, задающие рассматриваемые кривые в полярных координатах, можно найти в любом справочнике по высшей математике). При этом экономится время и появляется возможность расширить круг рассматриваемых линий. Ученики всегда испытывают удивление, когда видят геометрическую красивую интерпретацию громоздких и непонятных им математических формул, что является мощным мотивом изучения предмета. Однако учите-

лю не следует увлекаться демонстрационными методами. Нужно помнить, что изучение курса наглядной геометрии во многом опирается на наглядно-действенное мышление подростков, а сделанное своими руками запоминается лучше, чем увиденное.

Порядок рассмотрения материала определен учебником. Напомним, что учитель волен рассматривать только часть материала на уроке, а оставшуюся часть параграфа предложить ученикам самостоятельно прочитать дома и попытаться получить кривые, пользуясь описанием, данным в учебнике. *На дом* можно также предложить еще раз нарисовать линии, рассмотренные в классе.

Безусловно, никаких определений ученики запоминать и заучивать не должны. Хорошо, если они запомнят названия кривых и будут узнавать их в дальнейшем. Основная цель урока — развитие изобразительно-графических умений, образного мышления, эстетическое воспитание.

◇ § 25. КРИВЫЕ ДРАКОНА (1 ч)

Основное понятие: поворот.

Предметные результаты: рисовать от руки по предписаниям, составлять коды.

Метапредметные результаты: развитие регулятивных умений.

Личностные результаты: эстетическое восприятие геометрии.

Внутрипредметные и межпредметные связи: планиметрия (преобразования плоскости, поворот).

Комментарии. Кривые Дракона настолько необычный для нашего школьного курса математики материал, что на первый взгляд может показаться ненужным даже в подготовительном курсе геометрии. Однако, внимательно разобравшись в заданиях параграфа, учитель не может не увидеть большой развивающий потенциал упражнений. Во-первых, составление цепочек кодов кривых Дракона требует сосредоточенности, внимательности и большой логичности выполнения задания.

Умение разобраться в правилах и применить их — это основа алгоритмического мышления, так необходимого при изучении алгебры. Во-вторых, вычерчивание кривых развивает пространственную ориентацию учеников, образное мышление, а именно: умение переносить точку наблюдения, мысленно поворачивать объект, способствует формированию изобразительных умений. При работе с калькой или даже при использовании кодов ученик неявно знакомится с одним из геометрических преобразований плоскости — поворотом, изучение которого предполагается в курсе планиметрии. Таким образом, выходы темы на систематический курс геометрии не вызывают сомнений. Урок, отведенный на рассмотрение параграфа, логически делится на две части в соответствии с изложением материала в пособии. *Первая часть* — работа с полосой бумаги. Перегибая ее пополам справа налево, записывая порядок чередования изгибов и анализируя полученные коды, ученики вместе с учителем находят закономерности, используя такие приемы мыслительной деятельности, как сравнение, аналогия и обобщение.

Как и при изготовлении фигурок оригами, учитель должен стоять вполоборота к ученикам или выполнять все действия зеркально, чтобы ученики могли повторить за ним все действия. Когда полоса после серии перегибов развернута, учитель прикрепляет ее на доске так, как ученики должны положить ее перед собой на стол (важно соблюдать условие нахождения точки сверху слева). Рядом на доске записываются коды изгибов, лучше, если разные коды отмечаются мелками разного цвета.

Вторая часть урока значительно сложнее. Это связано с тем, что не все шестиклассники свободно ориентируются в пространстве, и для того чтобы повернуть рисунок налево или направо, они должны сначала сообразить, куда поворачивать. Нередко встречаются дети и с зеркальной ориентацией, которые повторяют действия или команды учителя в зеркальном отражении. Поэтому для предупреждения ошибок необходимо предварительно провести серию тренировочных упражнений,

например следующих: ученики обводят вертикальную сторону клеточки (они как бы шагают по сторонам клеток), а затем по команде учителя делают «шаги» влево или вправо. Каждый раз после очередного «шага» дети поворачивают лист бумаги так, чтобы последняя черточка была направлена вертикально вверх, это очень облегчает выполнение следующего действия.

После тренировочных упражнений переписываются коды кривых Дракона с заменой букв «Н» на «Л» и «В» на «П» и вычерчиваются кривые, соответствующие трем, четырем и пяти сложениям полосы.

Работу с калькой учитель может только показать ученикам, к сожалению, времени на выполнение ее учениками в классе не хватает.

Указания к решению задач учебника

3. Задание можно выполнить как в классе при наличии времени, так и дома. Также дома с родителями ученики могут нарисовать кривые Дракона большей длины с помощью кальки или кодов, обвести их контуром Дракона. Такие работы требуют очень больших затрат энергии, и их выполнение должно быть поощрено. Безусловно, они помещаются на выставку ученических работ, которая обязательно должна быть организована еще в начале 5 класса и периодически пополняться и обновляться.

◇ § 26. ЛАБИРИНТЫ (1 ч)

Основные понятия: лабиринты и методы их прохождения.

Предметные результаты: решать задачи с помощью методов проб и ошибок, зачеркивания тупиков и правила одной руки; ориентироваться в пространстве; выделять существенные и несущественные свойства и отношения объектов.

Личностные результаты: формирование интереса к геометрии, эстетическое и общекультурное развитие учащихся.

Комментарии. Основная цель данного параграфа, как и предыдущего, развитие пространственной ориентации школьников, образного мышления. Материал больше имеет познавательно-эстетический характер, чем геометрический. Его можно считать разгрузочным в конце первого полугодия, и к лабиринтам добавить какие-нибудь занимательные задачи, игры, соревнования. Но несмотря на очевидную занимательность, необходимо, чтобы ученики усвоили способы прохождения лабиринтов и в дальнейшем использовали не только метод проб и ошибок.

Следует заметить, что если ученики не имеют книжек по наглядной геометрии, то учителю необходимо размножить лабиринты и раздать их ученикам для индивидуальной работы, ведь каждому из них хочется лабиринт пройти самостоятельно.

◇ § 27. ГЕОМЕТРИЯ КЛЕТЧАТОЙ БУМАГИ (1 ч)

Основные понятия: треугольник, виды треугольников, прямоугольник, квадрат, площадь, формула Пика.

Предметные результаты: изображать геометрические фигуры на клетчатой бумаге с учетом свойств этих фигур; использовать клетчатую бумагу как палетку; черпать информацию из чертежа; создавать и манипулировать мысленным образом (вращать, перемещать, достраивать, совмещать, расчленять).

Метапредметные результаты: развитие конструктивных способностей, формирование приемов исследовательской деятельности.

Личностные результаты: развитие аккуратности и наблюдательности.

Внутрипредметные и межпредметные связи: планиметрия (многоугольники, параллельность и перпендикулярность, площадь).

Комментарии. Использование клетчатой бумаги как вспомогательного средства геометрических построений широко было распространено в школах России в пер-

вой половине XX столетия. Впоследствии в связи с реформой математического образования и усилением формально-логической стороны изложения материала клетчатая бумага как инструмент была забыта. В настоящее же время, когда концепция наглядно-эмпирического построения школьного курса геометрии находит все больше и больше сторонников, этот материал становится актуальным вновь.

Умение видеть на клетчатой бумаге свойства геометрических фигур и использовать их в построениях настолько важно для дальнейшего изучения геометрии, что учителю следует очень внимательно отнестись к изучению материала данного параграфа. Мы рекомендуем отвести на решение задач параграфа два урока. В начале первого урока необходимо повторить некоторые свойства треугольника, прямоугольника, квадрата, ромба и вспомнить, как на клетчатой бумаге легче изобразить эти фигуры. Например:

— ромб легче рисовать, начиная с диагоналей, помня, что они перпендикулярны друг другу и делятся точкой пересечения пополам;

— равнобедренный треугольник удобно вычерчивать с основания и высоты, проведенной к основанию, так как высота является его осью симметрии;

— параллелограмм начинают изображать, например, с горизонтальной верхней стороны, затем рисуют отрезок такой же длины ниже и правее, а затем соединяют соответственные концы этих отрезков.

Вспомнив основные фигуры и их свойства, можно переходить к решению задач.

На примере задачи № 11 учитель имеет возможность рассказать ученикам о формуле Пика, расширяя, таким образом, кругозор школьников.

Если задачного материала пособия недостаточно, учитель может дополнить его любыми упражнениями с бумагой, например на перегибание бумаги (выравнивание краев бумаги), получение из прямоугольника квадрата и различных видов треугольников, получение из правильного треугольника правильного шестиугольника, проведение параллельных и перпендикулярных прямых и т. п.

1. Решение облегчит поворот вокруг одной из вершин треугольника. При этом треугольники не накладываются друг на друга, легче выделить большие стороны и измерить угол между ними. Объяснения результата могут быть, например, следующими: поворачивая треугольник на 90°, мы тем самым поворачиваем все его элементы, в том числе и стороны, на тот же угол, значит, угол между большими сторонами также равен 90°.

2. Решение задачи сводится к решению № 1, если достроить отрезок до прямоугольного треугольника, в котором данный отрезок является гипотенузой (большей стороной), а затем повернуть треугольник на 90° вокруг произвольной точки в задании № 2 (а) и относительно конца данного отрезка в задании 2 (б).

3. Задача уже решалась учениками при изучении площадей, поэтому возможны два способа решения: один как в § 12, другой — двукратным решением задачи № 2 (б), т. е. поворотом отрезка на 90° вокруг точки A, а затем поворотом отрезка AD на 90° градусов вокруг точки D.

4. В задаче достаточно построить два равных прямоугольных треугольника, один — с гипотенузой CD, другой — полученный переносом первого до совмещения точек C и A с сохранением направления катетов по сторонам клеток.

5. В задаче используется свойство симметрии равнобедренного треугольника относительно высоты, проведенной к основанию.

6. В задаче следует сформулировать рекомендации по вычерчиванию окружности радиусом 13 клеток, аналогичные правилу, данному в § 13 при изучении окружности. После вычерчивания окружности с помощью циркуля ученики должны заметить, через какие узлы клеток эта окружность проходит, а затем указать путь (вправо-вниз), по которому можно в эти узлы попасть при вычерчивании четверти окружности.

7. Аналогичные задачи уже встречались ученикам в § 12 в другой формулировке. Решение состоит в достраивании вокруг треугольника некоторого прямо-

угольника с вершинами в узлах и сторонами, проходящими через вершины треугольника, нахождении площади этого прямоугольника и отбрасывании площадей «лишних» треугольников.

9. Задача на понятие равновеликости показывает ученикам, что для равенства фигур еще недостаточно равенства площадей.

10. При решении задачи искомый квадрат разбивается на четыре равных прямоугольных треугольника и внутренний меньший квадрат. Поиск этих частей можно осуществить методом проб и ошибок или разбивая число, выражающее площадь искомого квадрата, на сумму двух чисел, одно из которых квадрат некоторого числа, а второе, разделенное на 4, показывает, какие треугольники присоединяются к внутреннему квадрату. Например, при решении задачи № 10 (а) $10 = 4 + 6$, 4 — полный квадрат, $6 : 4 = 1{,}5$, поэтому для решения нужно нарисовать квадрат площадью 4 клетки и к нему пририсовать треугольники площадью 1,5 клетки (а это половины прямоугольников с размерами 3×1). Для квадратов в 17 и 26 клеток рассуждения следующие:

б) $17 = 9 + 8$, $8 : 4 = 2$, получаем квадрат 3×3 и четыре прямоугольных треугольника площадью по 2 клетки (половины прямоугольников 4×1);

в) $26 = 16 + 10$, $10 : 4 = 2{,}5$, получаем квадрат 4×4 и треугольники площадью 2,5, т. е. половинки прямоугольников 5×1.

◇ § 28. ЗЕРКАЛЬНОЕ ОТРАЖЕНИЕ (1 ч)

Основное понятие: симметрия.

Предметные результаты: наблюдать за изменениями объекта при зеркальном отображении; строить фигуры при зеркальном отображении; видеть геометрию окружающего мира.

Метапредметные результаты: формирование умения планировать эксперимент и осуществлять его.

Личностные результаты: развитие самостоятельности, творческой фантазии, инициативы.

Внутрипредметные и межпредметные связи: планиметрия (симметрия), искусство.

Комментарии. Данный параграф открывает цикл самых красивых, на наш взгляд, уроков наглядной геометрии 6 класса, посвященных изучению геометрических преобразований. Именно на этих уроках учитель может в полной мере раскрыть эстетическую сторону геометрии, связать ее с природой, искусством, архитектурой, дизайном. Уроки должны проходить на эмоциональном подъеме, радость от сделанного и увиденного должна сопровождать решение любой задачи, выполнение любого упражнения. Учителю следует поощрять учеников, позволять им фантазировать, самостоятельно ставить и решать задачи, не торопя учащихся и позволяя им высказываться и выражать свои эмоции. Однако, несмотря на свободу действий, ученики должны выполнить все задания учителя и выслушать все объяснения, иначе не возникнет целостная картина восприятия симметрии и других геометрических преобразований.

Изложение параграфа дает учителю план проведения урока. Если последовательно выполнять задания, то не потребуется внесения коррективов. Безусловно, при этом практические задания учитель должен расчленить на более мелкие шаги для большей организационной четкости урока. И конечно, необходимо обеспечить всех учеников парами маленьких зеркал.

◇ § 29. СИММЕТРИЯ (2 ч)

Основные понятия: зеркальная, осевая, центральная симметрия; ось симметрии; симметричные фигуры; симметричные точки и их построение; способы проверки симметричности фигуры.

Предметные результаты: находить в окружающем мире плоские и пространственные симметричные фигуры; рисовать, чертить, вырезать симметричные фигуры; определять на глаз количество осей симметрии, центр симметрии; аргументировать свои утверждения.

Метапредметные результаты: формирование умений по организации и проведению эксперимента, предвидению результата и выдвижению гипотез.

Личностные результаты: формирование познавательной активности, интереса к геометрической и исследовательской деятельности, формирование чувства прекрасного, эмоционального восприятия мира.

Межпредметные и общекультурные связи: планиметрия (симметрия), искусство, технология; симметрия в архитектуре, дизайне, искусстве, ювелирном деле и др.

Комментарии. Рассматриваемый параграф является очень емким как в плане теоретического материала, так и в плане проведения практических работ.

Параграф логически делится на две части. В *первой части* вводится термин «симметрия», к которому учащихся подводит предыдущий урок. Зеркальное отражение называют новым для учащихся термином «зеркальная симметрия». Чтобы определить, является ли фигура зеркально-симметричной, надо мысленно попытаться поставить зеркало так, чтобы отраженная половинка дополнила фигуру до целой, и если удастся найти такую линию, по которой проходит зеркало, то фигура зеркально-симметрична. Такая линия называется осью симметрии, а фигура, если она плоская, симметрична относительно оси. Далее учащиеся должны самостоятельно установить практический способ проверки плоской фигуры на симметричность. Для этого учитель раздает вырезанные из бумаги фигуры, среди которых есть и симметричные, и несимметричные. Предполагается, что задание выполняется без линейки и карандаша, а ученики уже прочно усвоили способ проведения прямых линий на бумаге путем ее перегибания. Итак, практический способ состоит в перегибании фигуры пополам: если половинки совпадут, то фигура симметрична относительно линии сгиба.

Затем ученики находят симметричные фигуры в учебнике на рисунке 244 и в окружающей обстановке. В ходе обсуждения учитель как бы невзначай задает вопрос о количестве осей симметрии, т. е. выясняет, сколько различных линий сгиба можно провести, чтобы половинки фигурки совпали. Безусловно, среди на-

зываемых учениками фигур обязательно найдутся фигуры, у которых более одной оси симметрии. Число осей симметрии у различных геометрических фигур ученики находят и по рисунку 248 учебника, выясняя, что «самой симметричной» фигурой является круг — у него бесконечно много осей симметрии, как и бесконечно много диаметров.

От созерцания и мысленной работы ученики переходят к практической деятельности. Им нужно получить фигуры с одной осью симметрии (клякса) и четырьмя осями (снежинка). Предварительно учитель должен в ходе фронтальной беседы наметить план выполнения задания, обратив особое внимание на число сложений бумаги для вырезания снежинки. Обязательно нужно в конце работы проанализировать результат, т. е. выяснить, действительно ли снежинка имеет четыре оси симметрии, не получились ли у школьников снежинки с другим числом осей.

Следующий этап работы носит логический характер. Рассматривая в учебнике рисунки 249 и 250, ученики должны проанализировать их, сравнить, выделить существенные и несущественные свойства фигур, найти общее и отбросить лишние фигуры. При этом ученики должны отвечать аргументированно, и если есть разные точки зрения, следует разобрать их. Так, среди фигур в учебнике на рисунке 250 лишней может быть признана третья фигура, как не имеющая оси симметрии, или четвертая, как не имеющая дугообразных (закругленных) элементов. И первое, и второе решения правильные в зависимости от выбранного общего признака. Эта задача показывает ученикам, что не на каждый вопрос можно ответить однозначно.

Если в конце урока осталось немного времени, можно предложить ученикам вырезать из бумаги фигуры, имеющие разное количество осей симметрии, написать на фигуре число осей и фамилию изготовителя и сдать работу. Так учитель может проконтролировать усвоение материала.

Второй урок начинается с повторения терминологии и практических способов изготовления и проверки симметричных относительно прямой фигур. Затем прово-

дится работа с зеркалами. Два плоских зеркальца ставятся под определенным углом друг к другу, между ними на бумаге рисуется какая-нибудь линия и рассматривается фигура, полученная при отражении этой линии в зеркалах. Сколько осей симметрии имеет фигура, если угол между зеркалами 60°, 45°, 90° градусов и т. д.?

Следующая работа — мысленное приставление зеркал под углом 90° и изображение отражения кривой. Результат — симметричная фигура. Это задание учитель может сначала выполнить сам на доске, чтобы показать этапы работы, провести необходимые рассуждения, т. е. дать образец выполнения задания. Проконтролировать правильность решения можно с помощью реальных зеркал, приставленных к рисунку.

Основная часть урока — построение ломаной, симметричной данной относительно прямой. Алгоритм построения дан в учебнике, рисунок 252 показывает каждый этап построения. Алгоритм должен быть понят учениками и отработан на аналогичных упражнениях. Только убедившись в усвоении материала, можно переходить к следующим заданиям с зеркалами. Эти задания ученики выполняют самостоятельно, причем сами могут изменять их по своему желанию.

Заключительная часть урока посвящена рассмотрению центральной симметрии и центрально-симметричных фигур. Учитель должен подготовить демонстрационное пособие, представляющее собой лист плотной бумаги с наклеенной на него центрально-симметричной фигурой, проколотой проволочкой в центре симметрии, и закрепленной в этой точке второй фигурой, равной первой и свободно вращающейся вокруг проволочки. Важно не только заметить особенности центрально-симметричных фигур, но и обсудить их с учениками, предложить ученикам найти в окружающей обстановке симметричные фигуры. Кроме того, обратить внимание на существование фигур, у которых есть ось симметрии, но отсутствует центр симметрии; фигур, у которых, наоборот, есть центр симметрии; а также фигур, у которых есть и центр, и ось симметрии.

Урок приобретет большую эстетическую направленность, если учитель сможет показать применение сим-

метрии в архитектуре, дизайне, искусстве, ювелирном деле и т. п. Для этого можно использовать всевозможные альбомы, открытки, репродукции. Полезно пригласить на урок учителя рисования или культуролога. О симметрии в музыке может рассказать учитель музыки, о симметрии в поэзии — учитель литературы. Можно также дать ученикам задание подготовить небольшие сообщения на эту тему и третий урок (если учитель отводит на изучение параграфа три урока) провести в виде семинара, конференции или выставки.

◇ § 30. БОРДЮРЫ (1 ч)

Основные понятия: симметричные орнаменты, бордюры, трафарет, параллельный перенос, поворот, симметрия.

Предметные результаты: рисовать различные бордюры с помощью геометрических преобразований; создавать мысленный образ и манипулировать им (вращать, перемещать, совмещать, осуществлять параллельный перенос); воспринимать пространственное расположение объектов, выявлять свойства объекта из наглядного материала.

Личностные результаты: развитие познавательной активности и интереса к предмету, воспитание аккуратности и трудолюбия, эстетическое и общекультурное развитие.

Внутрипредметные и межпредметные связи: планиметрия (геометрические преобразования, симметрия, параллельный перенос, поворот), искусство, технология; бордюры в архитектуре, в оформлении помещений, народном творчестве и др.

Комментарии. Изучение симметрии продолжается в ходе практической деятельности учащихся в течение следующих двух уроков. На *первом уроке*, еще раз рассматривая и вырезая снежинки с различным числом осей симметрии, ученики проникаются идеей симметрии, учатся чувствовать ее, выполнять задания в соответствии с начальными условиями. Экспериментируя со снежинками, ученики приходят к выводу, что для

изготовления фигуры, у которой n осей симметрии, круг-заготовку необходимо разделить на $2n$ частей. На этом повторение пройденного материала можно закончить: ученики вспомнили термины, воссоздали образы, поработали практически.

Следующий этап первого урока — изготовление симметричных лент. Учитель показывает, как изготавливаются такие ленты, обращая внимание на наличие неразрезанных участков на линиях сгибов, а затем ученики приступают к самостоятельной работе. Рисунки лент могут быть самыми различными, но главное, чтобы каждый ученик изготовил и ленту, имеющую только вертикальные оси симметрии между мотивами, и ленту, имеющую еще и горизонтальную ось симметрии (напомним, что для этого полоска бумаги должна быть предварительно свернута пополам вдоль). Ленту, аналогичную приведенной в учебнике на рисунке 259, лучше сделать учителю на глазах у учеников после небольшого обсуждения процесса изготовления, так как в работе используется лезвие бритвы или острый нож — инструменты, небезопасные для детей. Дома аналогичные ленты ученики могут сделать вместе с родителями.

Переходом к работе с трафаретами может послужить рассмотрение всевозможных линейных орнаментов: бордюров в архитектуре, в оформлении помещений, народном творчестве и т. п. Хорошо при этом использовать открытки, слайды, плакаты — любой наглядный материал, который можно найти в кабинете рисования, библиотеке, дома. Анализируя рассматриваемые бордюры, учитель вместе с учениками выделяет основной элемент — мотив — и выясняет, как из этого мотива получается весь бордюр. Ученики, не зная терминов, должны для объяснения использовать обычные, бытовые слова, которым в дальнейшем учитель представит математические термины.

Если в конце урока останется время, можно раздать ученикам вырезанные заранее трафареты и организовать соревнование с ними. Кто нарисует больше различных лент с помощью одного трафарета? Продолжить незаконченную работу можно дома с помощью взрослых. При этом надо помнить, что рисунок трафа-

рета не должен быть симметричным. В случае симметричного трафарета разные геометрические преобразования приведут к одинаковым результатам.

Далее рассматривается более формальный, абстрактный материал: термины «параллельный перенос», «поворот», «центральная и осевая симметрии» и различные трафареты (рис. 265 учебника). Это логическая деятельность по обоснованию результатов тех или иных преобразований различных трафаретов: анализ, синтез, аналогия, абстрагирование. Элемент творческой деятельности присутствует в самостоятельном составлении трафаретов различных видов и рисовании бордюров из букв русского или латинского алфавита.

Напомним, что творческие работы учащихся должны быть помещены на выставке.

В конце урока учитель еще раз повторяет новые термины, введенные на уроке, рассматривая с учениками в учебнике рисунок 268.

◇ § 31. ОРНАМЕНТЫ (2 ч)

Основные понятия: замощение плоскости без промежутков, паркет, элементарная ячейка паркета.

Предметные результаты: использовать геометрические преобразования для составления паркета; воспринимать пространственное расположение объектов, создавать мысленный образ и манипулирование им (осуществлять параллельный перенос, поворот, симметричное отражение, совмещение).

Метапредметные результаты: выполнение творческих заданий по составлению паркетов.

Личностные результаты: формирование эмоционального отношения к геометрическим занятиям, эстетическое и общекультурное развитие.

Внутрипредметные и межпредметные связи: планиметрия (геометрические преобразования: симметрия, поворот, параллельный перенос), искусство, технология.

Комментарии. Геометрические преобразования, рассмотренные на предыдущих уроках, используются для построения плоских орнаментов — паркетов. Как и в

бордюрах, в паркетах выделяется мотив — элементарная ячейка. Затем, применяя параллельный перенос, поворот, симметрию или композицию этих преобразований, добиваются плотной упаковки ячеек на плоскости без промежутков.

На усвоение темы предлагается отвести два урока.

Первый урок начинается с небольшой разминки. Ученикам раздаются квадраты с нарисованными внутри линиями. Квадрат должен быть расчерчен на маленькие квадраты или сделан из обыкновенной тетрадной клетчатой бумаги, чтобы ученикам легче было переносить соответствующие линии в тетрадь. Задание: нарисовать квадратный орнамент из четырех одинаковых квадратов, используя данный (его можно как угодно поворачивать, симметрично отображать и сдвигать). Рисунки получаются различные. Затем результаты обсуждаются, и учитель завершает обсуждение тем, что говорит о возможности заполнения такими орнаментами всей плоскости без промежутков.

Теперь можно перейти к паркетам голландского художника Мориса Эшера, изображенным в учебнике на рисунках 269, 271. Полезно будет напомнить, что весь демонстрируемый материал должен удовлетворять основным требованиям к наглядным пособиям, т. е. рисунки должны быть четкими, крупными, видными в деталях издалека или размножены по крайней мере по количеству парт в классе. Рассматривая паркеты, ученики должны выделить элементарную ячейку или мотив и догадаться, с помощью каких преобразований получен весь орнамент. Задача учителя при этом состоит еще и в создании некоего эмоционального подъема у учащихся, так как стройность и красота паркетов вызывают обычно удивление и восторг.

Следующий этап урока более прозаичен, но необходим для овладения умением самостоятельно составлять подобные орнаменты. На этом этапе рассматриваются решетки, составленные из простых геометрических фигур, — это рисунки 272 и 273 в учебнике и решаются задачи № 1 и 4.

Решение задачи № 2 лучше проводить с использованием готовых ячеек. Учитель раздает ученикам раз-

личные четырехугольники (по одному на парту) и предлагает составить паркет, считая этот четырехугольник элементарной ячейкой. У каждой пары учеников получается свой паркет, рисунки разбираются, делается вывод о возможности замощения плоскости произвольными четырехугольниками.

Второй урок предлагается полностью посвятить творчеству шестиклассников. Показав в начале урока процесс изменения элементарной квадратной или прямоугольной ячейки в более сложную и разобрав по шагам, как был нарисован паркет в учебнике на рисунке 275, учитель предлагает ученикам самостоятельно заняться творчеством. Готовые паркеты хорошо было бы раскрасить и тут же поместить на выставку. По ходу урока учитель помогает ученикам справиться с заданием, возможно, сам предлагает темы или начинает преобразование ячейки. Рассматриваемые на предыдущем уроке орнаменты М. Эшера вывешены на доске. К ним можно подойти, внимательно рассмотреть. Заметим, что на уроке хотя и должен поддерживаться порядок, но атмосфера должна быть свободной, ученики должны чувствовать себя раскрепощенно. Каждого из них нужно похвалить за оригинальность или аккуратность, поддержать или направить.

Указания к решению задач учебника

1. К решению первой задачи может подвести рисунок 273 в учебнике, на котором изображены ячейки в виде параллелограммов. Нетрудно заметить, что параллелограмм разбивается на два равных треугольника. Значит, идя в рассуждениях в обратном направлении, т. е. составляя из двух равных произвольных треугольников параллелограмм, можно замостить плоскость произвольными треугольниками.

2. Решению же задачи поможет рисунок 274 в учебнике, элементарной ячейкой на котором является правильный треугольник — одна шестая часть правильного шестиугольника.

3. Наиболее трудная, на наш взгляд, задача. В ней нужно придумать пятиугольную ячейку. Подсказкой к решению может оказаться задача на деление квадра-

та на равные пятиугольники, которую можно заранее предложить ученикам *на дом*, а проверить решение домашней задачи именно сейчас, будто бы только вспомнив о домашнем задании.

◇ § 32. СИММЕТРИЯ ПОМОГАЕТ РЕШАТЬ ЗАДАЧИ (1 ч)

Основные понятия: основные свойства симметричных фигур, понятие доказательства.

Предметные результаты: строить фигуры при осевой симметрии; выполнять рисунок, соответствующий условию задачи, проводить дополнительные построения, проводить простейшие доказательства.

Личностные результаты: развитие настойчивости в достижении цели, любознательности, аккуратности, формирование интереса к геометрии.

Внутрипредметные и межпредметные связи: планиметрия (симметрия).

Комментарии. Этот и следующий параграфы больше соотносятся с систематическим курсом геометрии, чем с курсом наглядной, практической геометрии. Тем не менее в конце 6 класса логическое, абстрактное мышление многих учащихся развито в достаточной мере для усвоения доказательств и решения несложных задач, поэтому рекомендуется учителю все же рассмотреть эти два параграфа. Безусловно, основная нагрузка на уроке ложится на учителя, доля практической работы учащихся мала, умений работать с геометрическими задачами у школьников нет. Учитель должен показать, как анализировать условие задачи, как по условию задачи сделать рисунок, как проходит процесс поиска плана решения и как этот план реализуется.

Тема параграфа выбрана не случайно. Симметрия, рассмотренная на предыдущих уроках с точки зрения ее практических приложений, является еще и мощным методом решения задач. Достаточно вспомнить, что в учебнике А. Н. Колмогорова «Геометрия. 6—8 классы» симметрия выступала основным методом доказательства теорем и решения задач, которые становились наглядными и доступными. В параграфе даны основные

свойства симметрии, рассмотрено решение задачи № 1 и предлагаются задачи № 2—5 для совместного решения в классе.

Основные свойства симметрии можно сформулировать как результат лабораторно-практической работы по плану учителя. Формулировки свойств заучивать не нужно, ведь на данном этапе овладения геометрией главная задача состоит в формировании опыта геометрической деятельности учеников, включающего и элементы логических рассуждений.

Касаясь вопроса решения задач № 2—5, заметим, что логическому обоснованию может предшествовать практический этап, когда задача решается, например, перегибанием листа бумаги (№ 2 и 3) или методом проб и ошибок (№ 4 и 5).

Поиск решения задачи может сопровождаться системой наводящих вопросов учителя.

Подробный анализ задачи № 2 дает ученикам не только решение, но и образец рассуждений, который они могут применить при самостоятельном решении задач № 2 и 3.

Важно показать ученикам, как связаны между собой решения разных задач. Так, в решении задач № 4 используется факт, который объяснен при разборе второй задачи, а именно: симметричность концов отрезка, лежащих на окружности (концов любой хорды окружности), относительно диаметра, перпендикулярного хорде и проходящего через его середину. Вопрос об особенности расположения относительно друг друга всех диаметров одной окружности (все они проходят через центр) наводит на необходимость построения двух диаметров и нахождения их точки пересечения. Положение центра окружности и одной ее точки полностью определяет саму окружность.

Указания к решению задач учебника

2. Наводящие вопросы в задаче могут быть следующими:

— Как расположены относительно друг друга прямые, пересекающие окружность?

— Какие дуги оказались равными? Выделим их.

— Равные дуги — дуги, совпадающие при наложении. Как перегнуть окружность, чтобы выделенные дуги совпали?

— Чем для окружности является линия сгиба?

— Какое свойство диаметра окружности нам известно?

— Действительно ли концы дуг симметричны относительно диаметра?

— Перпендикулярны ли данные прямые диаметру и делятся ли отрезки прямых, заключенные внутри окружности, диаметром пополам?

После ответов на эти вопросы решение оформляется от последнего вопроса к требованию задачи.

Учитель может предложить ученикам форму записи условия и решения задачи в тетради. Но если он сочтет это лишним, вполне можно ограничиться устным разбором, сопровождающимся некоторыми записями на доске.

5. Задача аналогична № 1, разобранной в тексте учебника, хотя и немного сложнее. Ее решение учитель может полностью рассказать сам (безусловно, объяснения учителя не должны быть чисто синтетическими, в них должны присутствовать и элементы аналитических рассуждений).

◇ § 33. ОДНО ВАЖНОЕ СВОЙСТВО ОКРУЖНОСТИ (2 ч)

Основные понятия: понятие геометрической фигуры и ее свойства.

Предметные результаты: решать задачи на нахождение длины отрезка, периметра многоугольника, величины угла, площади фигуры и объема куба; выполнять рисунок по условию задачи, использовать чертежные инструменты; проводить простейшие доказательства, воспринимать чертеж как целое и получать информацию из чертежа.

Личностные результаты: развитие коммуникативных умений и познавательной активности, формирование интереса к геометрии.

Внутрипредметные и межпредметные связи: планиметрия (окружность).

Комментарии. Важные свойства окружности, которым посвящен данный параграф, касаются углов, вписанных в окружность. *Первое свойство* — вписанный угол, опирающийся на диаметр, равен 90° — можно обнаружить опытным путем в соответствии с построениями, выполненными в № 1. Необходимость логического обоснования вытекает из того, что вывод о величине построенного угла получен в результате индукции и, вообще говоря, пока является лишь гипотезой (ведь *все* случаи рассмотрены быть не могут, их бесконечно много). Доказательство проводит учитель, не торопясь и стараясь добиться от учеников понимания хода логического рассуждения.

Подробный анализ задачи № 2 достаточен для того, чтобы ученики смогли выполнить построение самостоятельно. В случае затруднений все построения можно провести на доске.

Дальнейшая работа обобщает результат задачи № 1 на случай любого вписанного угла и связывает вписанный угол с соответствующим центральным. Восприятию этого факта очень помогает хорошо выполненный рисунок и предварительная работа с ним.

Заметим, что предлагаемые для решения задачи весьма непросты, и если работа над ними недоступна ученикам, можно ограничиться только разбором условия, построением чертежа и его анализом, т. е. вычленением отдельных элементов рисунка, включением этих элементов в различные связи и отношения. Это особенно касается задач № 7 и 8, которые непросты и для девятиклассников. Решения этих задач даны в учебнике.

Напомним, что основным умением, которым школьники должны овладеть, является умение изображать угол, вписанный в окружность, находить его на чертеже и находить вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу окружности. Но и это умение, повторяем, не является обязательным для шестиклассников.

Указания к решению задач учебника

2. В решении задачи важен анализ.

— Что значит построить прямую, проходящую через точку A перпендикулярно прямой l? (Это означает, что нужно построить прямой угол с вершиной в точке A так, чтобы одна из сторон лежала на данной прямой.)

— Какой факт относительно прямого угла выведен в ходе решения задачи № 1? (Прямой угол, вписанный в окружность, опирается на диаметр этой окружности. Этот факт используем в решении. Требуется построить окружность, проходящую через точку A (чтобы угол был вписанным) и пересекающую прямую l в какой-нибудь точке, отличной от точки A.)

— Важно ли, где будет находиться центр этой окружности и каких размеров эта окружность должна быть? (Нет, это не важно, так как свойство угла, опирающегося на диаметр, справедливо для любой окружности.)

После того как окружность будет построена, для выяснения положения второй стороны вписанного прямого угла нужно изобразить ее диаметр. Имея центр и вторую точку пересечения прямой l с окружностью, проводим диаметр.

3. Решение задачи начинается со свойства квадрата. У квадрата все углы прямые. Вписанный прямой угол опирается на диаметр окружности, значит, отрезок AC является диаметром (на него опирается угол ABC). Но на этот же отрезок опирается и угол AMC. *Вывод*: угол AMC — прямой. Далее можно, сказав о том, что вершины квадрата разбили всю окружность на четыре равные части, сравнить углы AMD и CMD. Они оказываются равными как вписанные и опирающиеся на равные дуги, следовательно, каждый из них равен половине угла AMC, т. е. 45°. Угол BMC состоит из трех равных углов по 45° каждый, значит, его величина равна $45 \cdot 3 = 135°$.

4. Рассуждения при решении задачи похожи на предыдущие, начинать их нужно с выяснения величин углов правильного треугольника.

5. Как и в № 4, в задаче определяют величину дуги, на которую опирается угол ADC, а затем находят величину соответствующего вписанного угла.

6. В задаче отрезок AB необходимо связать с радиусом окружности, так как никаких иных линейных элементов заданной длины нет, поэтому следует соединить точки A и B с центром окружности и сосредоточиться на полученном треугольнике. Какого он вида? (Он равнобедренный, так как две его стороны равны как радиусы окружности.) Что еще можно сказать о нем? Можно ли определить величину центрального угла? (Для

этого необходимо знать, сколько градусов в дуге AB.) Есть ли элемент, позволяющий это определить? Что еще не использовали в решении? (Угол ACB.) Ученики с помощью учителя добрались до начального пункта решения, теперь можно оформлять решение.

◇ § 34. ЗАДАЧИ, ГОЛОВОЛОМКИ, ИГРЫ (1 ч)

Предметные результаты: выделять в условии задачи данные, необходимые для решения; делать рисунок к задаче; строить логическую цепочку рассуждений; сопоставлять полученный результат с условием задачи.

Метапредметные результаты: развитие воображения, интуиции, нестандартного мышления, приобретение опыта поисковой деятельности.

Личностные результаты: формирование положительного отношения к занятиям геометрией, развитие коммуникативных умений, эстетическое воспитание.

Комментарии. Рекомендуется рассмотреть решения отдельных задач, наиболее трудных в методическом отношении. Заметим при этом, что в учебнике даны ответы и решения практически ко всем задачам.

Хотя задачи в учебнике и снабжены решениями, тем не менее следует предлагать ученикам работать над ними самостоятельно, не глядя в ответы.

Последний урок в 6 классе желательно отвести на проведение зачетного урока, планирование которого осуществляет учитель с учетом уровня освоения материала курса в классе.

Указания к решению задач учебника

1. У шестигранного карандаша 8 граней, если он не отточен. Если же рассматривать подточенный карандаш, то ответ зависит от способа заточки. Задача показывает необходимость дополнения условия для получения однозначного ответа.

2. Задачу можно решить практически, раздав ученикам бумажные цепочки из трех колец. Возможно, что предметное решение для них будет проще.

3. В решении используется свойство симметрии окружности относительно любого своего диаметра.

5. Возможно, что решению поможет следующее действие учителя: он «стирает» одну из «стен» и таким образом убирает 4 башни. Теперь нужно найти новое положение этой стены такое, что башни образуются на пересечении с оставшимися стенами.

6. Обратите внимание на сходство ответа с решением № 5 и проведите аналогии.

8. Можно сначала выяснить, какова площадь данного прямоугольника. Такая же площадь будет и у искомого квадрата. Отсюда получаем, что сторона квадрата должна быть равна 6 единицам, значит, линия разреза должна быть ступенчатой.

9. Подсказкой может служить замечание, что одна сторона искомого треугольника должна быть вдвое меньше высоты треугольника, а вторая должна равняться стороне треугольника, к которой эта высота проведена.

11. Заметим, что в звезде нужно оставить неразрезанной как можно большую часть, причем так, чтобы эта часть стала частью искомого параллелограмма.

12. Для упрощения решения можно расчертить фигуры на более мелкие квадраты и треугольники соответственно.

15. Деля лунный серп на части, нужно заметить, что пересечение линий разреза внутри серпа дает дополнительные кусочки.

16. Перед выполнением задания можно вспомнить, всегда ли подобные задачи имеют решения, и, подсчитав количество четных и нечетных узлов, начать решение с нечетного узла, если таковой имеется.

18. Решение можно осуществить предметно, сделав из клетчатой бумаги цилиндр и нанеся на него рисунок в соответствии с условием задачи.

20. Можно вспомнить решение задачи № 7 из § 1, где четыре страны соседствовали друг с другом. Решение данной задачи аналогичное.

24. Решение задачи можно проводить без предварительного анализа, метод решения — перебор вариантов.

25. Треугольник необходимо разделить на части, а эти части дополнить до прямоугольников (равные треугольники пронумерованы одинаково).

26. Для решения достаточно вспомнить тему «Окружность», в которой с помощью замкнутой веревочки получали фигуры разной формы.

27, 28. Задачи можно решить предметно, если ученик испытывает затруднения с оперированием образами.

29. Упростить решение можно, пронумеровав точки, как в задачах № 21 и 22 из § 18.

31. Задача решается путем раскраски доски в два цвета, так как костяшка домино состоит из двух клеток (см. решение аналогичных задач в § 22).

33, 34. Решения задач могут быть найдены в ходе практических работ с разными многоугольниками. Важно, чтобы многоугольники были различной формы.

35. Задача решается методом подбора контрпримера. Учитель может ее сформулировать именно в таком виде, чтобы ученикам потребовалось найти два треугольника с тремя равными углами и двумя равными сторонами.

40. Решение основано на свойстве вписанного в окружность угла, опирающегося на диаметр.

43 (а). Полезно соединить точки таким образом, чтобы получился треугольник, и определить вид этого треугольника.

46. Задачу можно решить практически, если приложить два равных прямоугольных треугольника с острым углом в 30° друг к другу, совместив большие катеты. Получаем правильный треугольник, у которого одна сторона разделена пополам, что и «доказывает» утверждение задачи.

47. Полезно вспомнить, что для замощения плоскости в § 31 сначала были получены полоски.

48. Задача является обратной к задаче на деление треугольника на 4 равные части, где использовалось свойство средней линии. Теперь по «внутреннему» треугольнику надо достроить в 4 раза больший треугольник.

55. На решении этой задачи учитель показывает ученикам один из способов решения задач комбинаторной геометрии. Решение полностью приведено в учебнике.

◇ СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие 3

Рабочая программа «Математика. Наглядная геометрия. 5—6 классы» к учебнику И. Ф. Шарыгина, Л. Н. Ерганжиевой

Пояснительная записка 8
Планируемые результаты освоения курса 11
Содержание курса 24
Тематическое планирование 25
5 класс 26
6 класс 31
Темы учебных проектов и исследований 35
Описание учебно-методического и материально-технического обеспечения образовательной деятельности 35

Методические комментарии к параграфам учебника

5 класс 37

§ 1. Первые шаги в геометрии 37
§ 2. Пространство и размерность 40
§ 3. Простейшие геометрические фигуры 43
§ 4. Конструирование из «Т» 46
§ 5. Куб и его свойства 47
§ 6. Задачи на разрезание и складывание фигур 51
§ 7. Треугольник 53
§ 8. Правильные многогранники 58
§ 9. Геометрические головоломки 59
§ 10. Измерение длины 61
§ 11. Измерение площади и объема 63
§ 12. Вычисление длины, площади и объема . . . 66
§ 13. Окружность 69
§ 14. Геометрический тренинг 74
§ 15. Топологические опыты 76
§ 16. Задачи со спичками 79
§ 17. Зашифрованная переписка 81
§ 18. Задачи, головоломки, игры 82

6 класс 88

§ 19. Фигурки из кубиков и их частей 88
§ 20. Параллельность и перпендикулярность . . 91
§ 21. Параллелограммы 94
§ 22. Координаты, координаты, координаты... 98
§ 23. Оригами 104
§ 24. Замечательные кривые 105
§ 25. Кривые Дракона 107
§ 26. Лабиринты 109
§ 27. Геометрия клетчатой бумаги 110
§ 28. Зеркальное отражение 113
§ 29. Симметрия 114
§ 30. Бордюры 118
§ 31. Орнаменты 120
§ 32. Симметрия помогает решать задачи 123
§ 33. Одно важное свойство окружности 125
§ 34. Задачи, головоломки, игры 128